

# Общие вопросы теории электрохимического преобразования энергии в электрических машинах



## 2.2. ВРАЩАЮЩЕЕСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

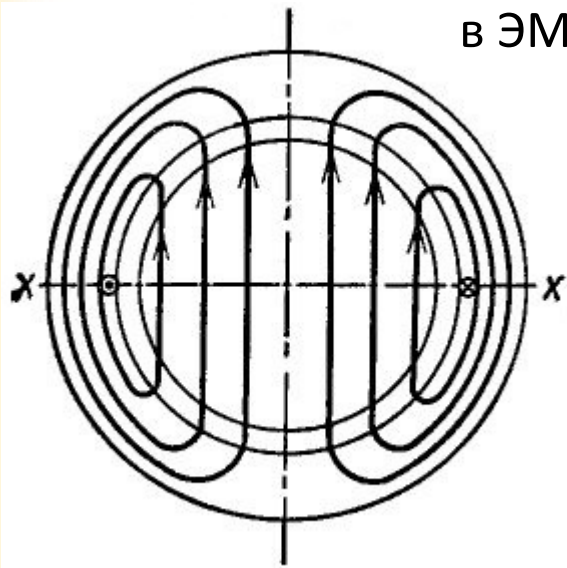
# Вращающееся магнитное поле

## Назначение обмотки

- создание вращающегося магнитного поля
- наведение 3-фазной системы ЭДС

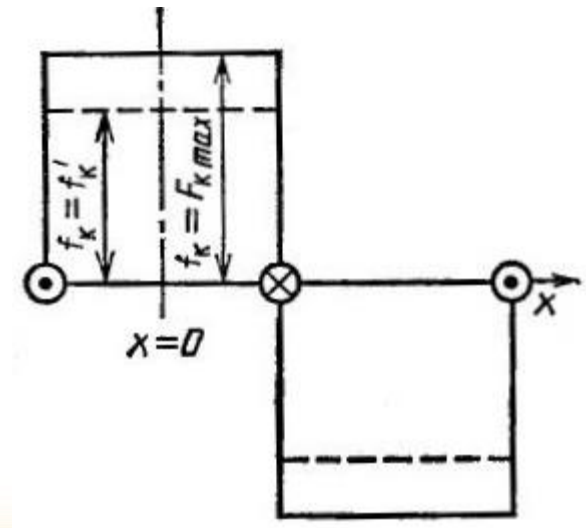
Закон полного тока: магнитодвижущая сила ( $i w$ ) = падению магнитного напряжения в цепи  $U_\mu$

**МДС катушки** с  $w_k$  от тока  $i_k = \sqrt{2} I_k \sin \omega t$



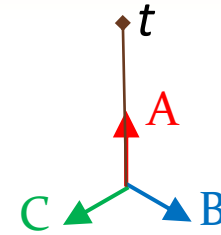
в ЭМ без насыщения с гладким равномерным зазором

- МДС для любой силовой линии  $= i_k w_k$
- $U_\mu$  в зазоре  $= i_k w_k / 2$
- везде в зазоре МДС  $f_k = \text{const}$
- величина МДС  $f_k = F_{km} \sin \omega t$
- МДС на периоде – прямоугольная пульсирующая симметричная волна с амплитудой  $F_{km} = \frac{1}{2} \sqrt{2} I_k w_k$



# Вращающееся магнитное поле

МДС обмотки = сумма МДС катушек

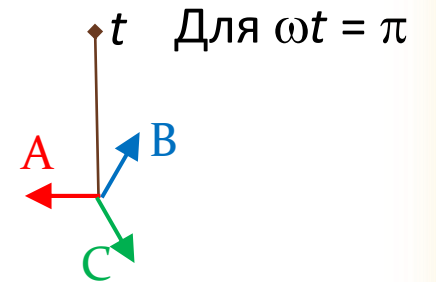
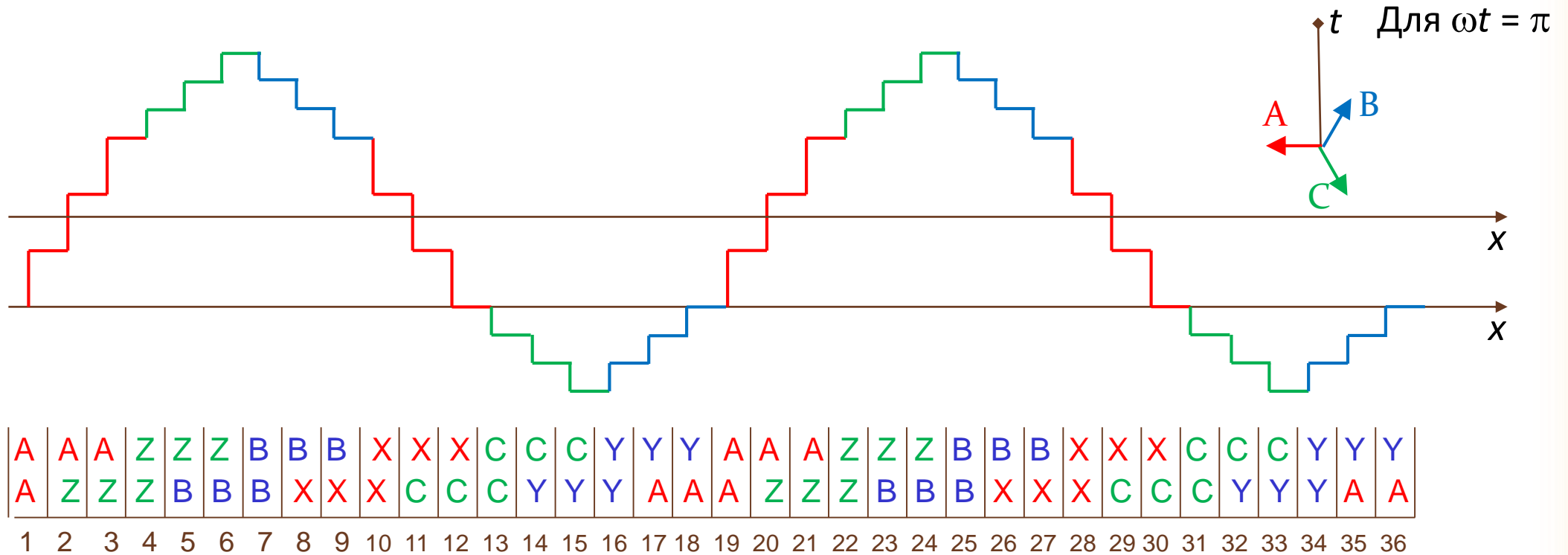


Для  $\omega t = \pi/2$  и  $I_m = 1$  A

$$i_A = 1 \cdot \sin \omega t = 1 \text{ A}$$

$$i_B = 1 \cdot \sin(\omega t + 2\pi/3) = -0,5 \text{ A}$$

$$i_C = 1 \cdot \sin(\omega t + 4\pi/3) = -0,5 \text{ A}$$



Двухслойная обмотка: скачок МДС – полный ток паза

# Вращающееся магнитное поле

Гармонический анализ (разложение  $f_k$  в ряд Фурье)

- основная гармоника с  $\tau_1 = \tau$  обмотки
- высшие гармоники (нечетные) с  $\tau_v = \tau/v$

## Основная гармоника МДС катушки

(для прямоугольной волны с началом координат на оси катушки)

$$f_k = F_{k1} \cos \frac{\pi x}{\tau} \sin \omega t$$

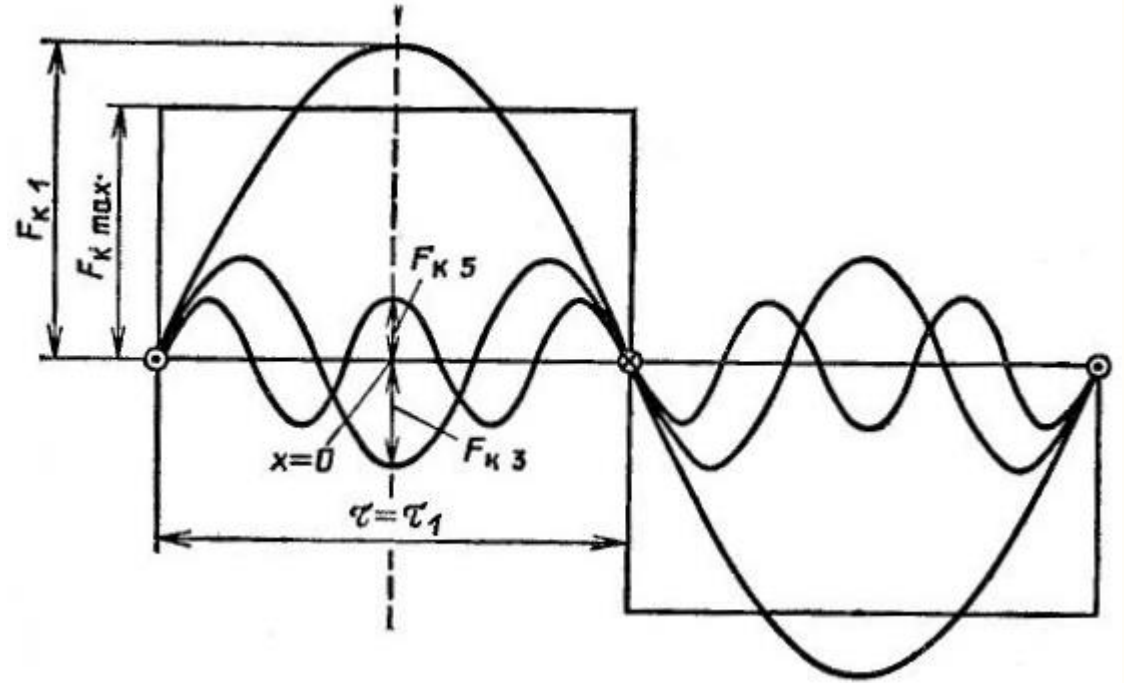
Амплитуда 1 гармоники МДС катушки

$$F_{k1} = \frac{4}{\pi} F_{km} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi \cdot 2} I_k w_k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_k w_k$$

Высшие гармоники (для прямоугольной волны)

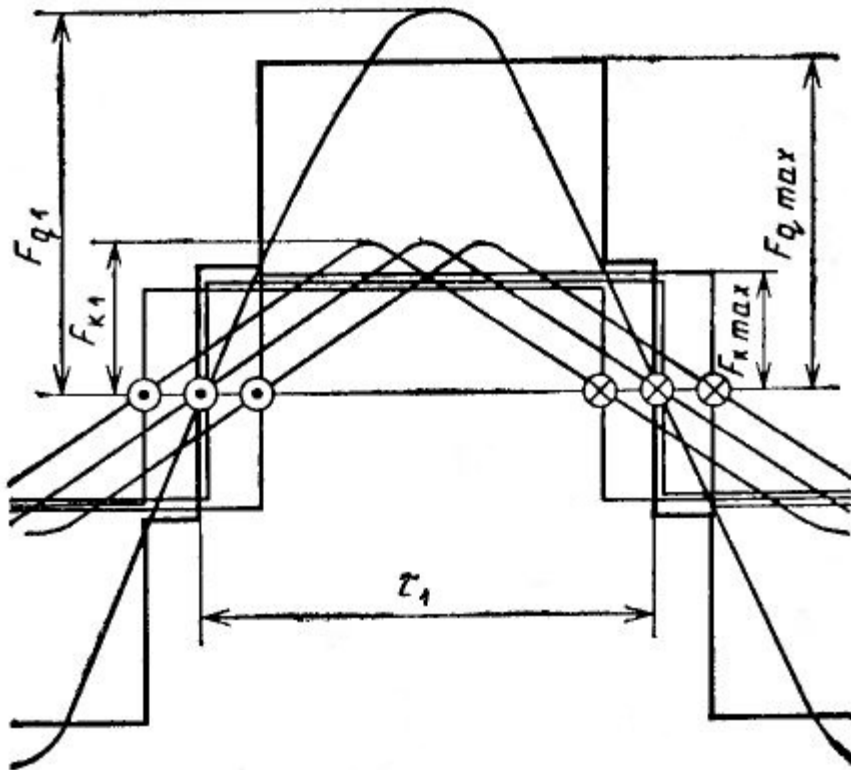
$$f_{kv} = F_{kv} \cos \frac{v\pi x}{\tau} \sin \omega t$$

$$F_{kv} = \frac{1}{v} F_{k1} = \frac{2\sqrt{2}}{v\pi} I_k w_k$$



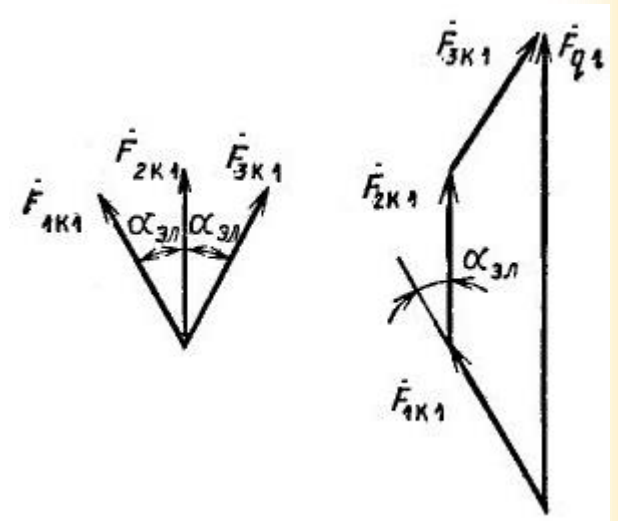
# Вращающееся магнитное поле

**МДС катушечной группы** из  $q$  катушек  
= сумме МДС катушек, сдвинутых на  $t_z$



Аналогично, 1 гармоника МДС катушечной группы

$$\dot{F}_{q1} = \sum_q \dot{F}_{k1}$$



Тогда амплитуда  
МДС катушечной  
группы

$$F_{q1} = qF_{k1}k_{p1}$$

где  $k_{p1}$  – коэффициент распределения

$$k_{p1} = \frac{\sin \frac{q\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \sin \frac{\pi}{2mq}}$$

$$k_{pv} = \frac{\sin \frac{v\pi}{2m}}{q \sin \frac{v\pi}{2mq}}$$

# Вращающееся магнитное поле

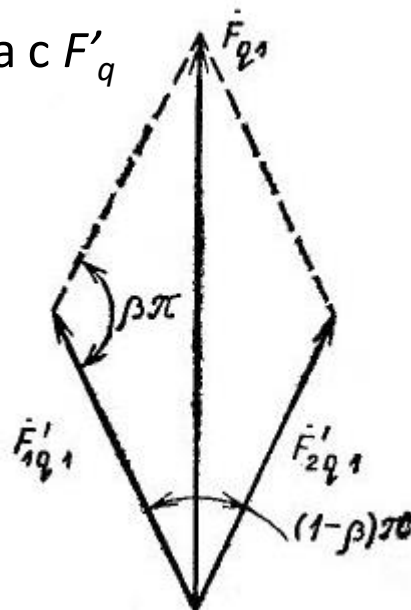
Для двухслойной обмотки:

каждый слой – элементарная обмотка с  $F'_q$

Оси элементарных катушечных групп  
сдвинуты на угол

$$(\tau - y) \frac{\pi}{\tau} = (1 - \beta)\pi$$

$\beta = \frac{y}{\tau}$  – относительное укорочение  
шага катушки



Тогда полная МДС катушечной группы

$$\dot{F}_{q1} = \dot{F}'_{1q1} + \dot{F}'_{2q1}$$

Амплитуда полной МДС катушечной группы

$$F_{q1} = 2F'_{q1} \sin \frac{\pi\beta}{2} = 2qF_{k1}k_{p1}k_{y1}$$

$k_{y1}$  – коэффициент укорочения

$$k_{y1} = \sin \frac{\pi\beta}{2} \quad k_{yv} = \sin \frac{v\pi\beta}{2}$$

Фаза обмотки:  $2p$  катушечных групп  
на окружности

**МДС фазы:**  $2p$  МДС катушечных групп  
с одинаковыми  $F_{q1}$

С учетом  $F_{k1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_k w_k$   $w = 2pqw_k / a$   $I_k = I / a$

запишем амплитуду МДС фазы  $F_{\phi 1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi p} I w k_{o1}$

$k_{o1} = k_{y1}k_{p1}$  – обмоточный  
коэффициент

$$F_{\phi v} = \frac{2\sqrt{2}}{v\pi p} I w k_{ov}$$



# Вращающееся магнитное поле

## Волна МДС фазы

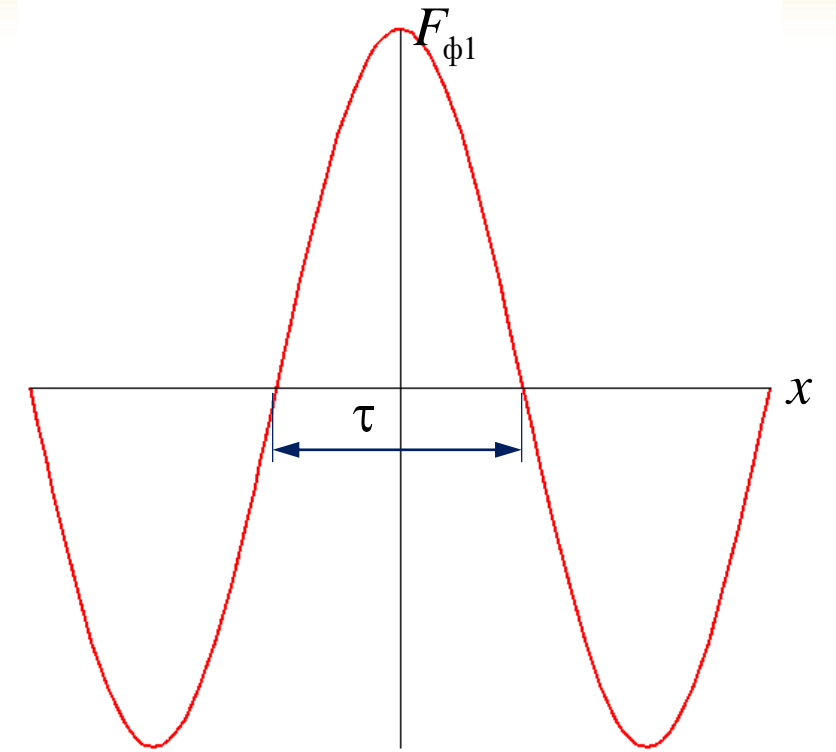
Значение МДС фазы в точке  $x$  в момент времени  $t$

$$f_{\phi 1} = F_{\phi 1} \cos \frac{\pi x}{\tau} \sin \omega t \quad \text{где амплитуда } F_{\phi 1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi r} I w k_{o1}$$

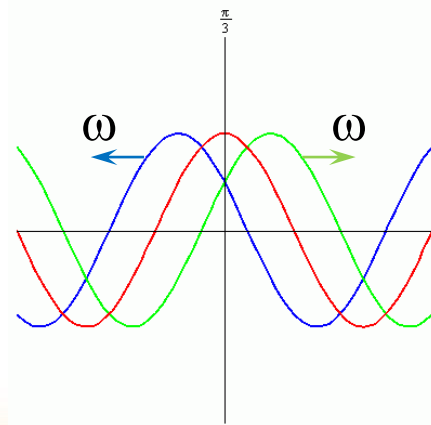
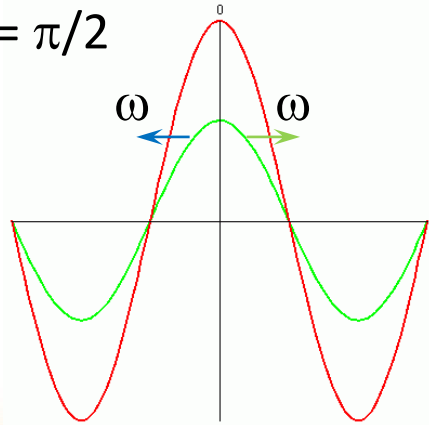
– уравнение **пульсирующей** [стоячей] волны

Можно разложить на 2 **вращающиеся** волны

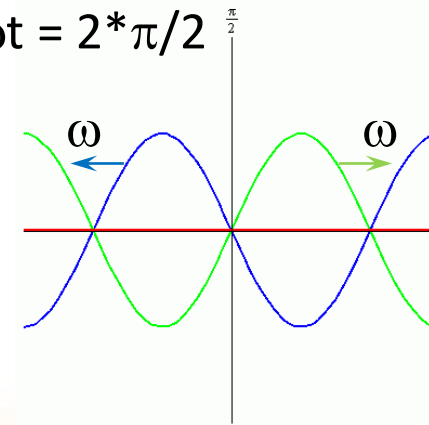
$$f_{\phi 1} = \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t - \frac{\pi x}{\tau} \right) + \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t + \frac{\pi x}{\tau} \right) = f_{\text{пр1}} + f_{\text{обр1}}$$



$$\omega t = \pi/2$$



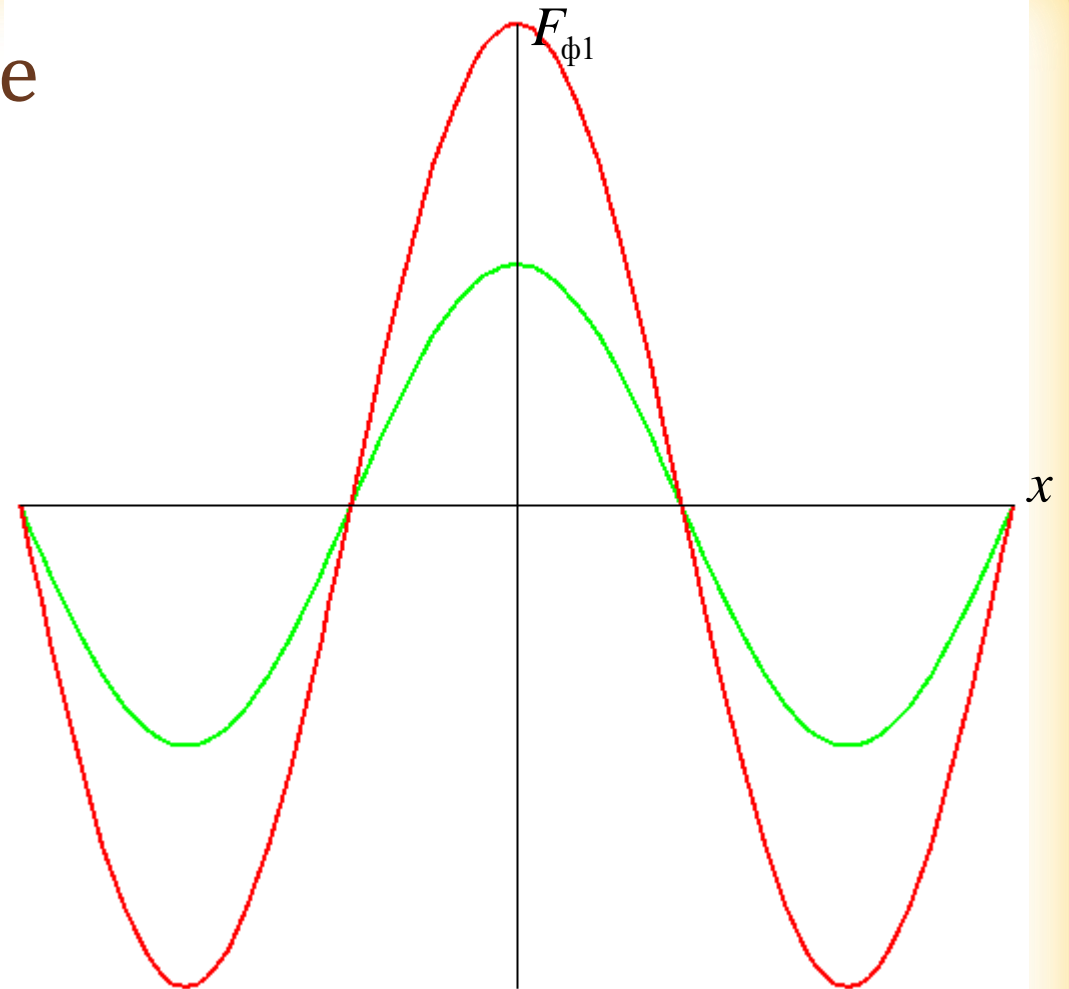
$$\omega t = 2 * \pi/2$$



# Вращающееся магнитное поле

## Волна МДС фазы

Прямая и обратная волна МДС фазы





# Вращающееся магнитное поле

## Волна МДС фазы

Скорость перемещения волны  $f_{\text{пр1}} = \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)$   $f_{\text{прv}} = \frac{F_{\phi v}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{v\pi x}{\tau}\right)$

Выберем точку на волне:  $\omega t - \frac{\pi x}{\tau} = \text{Const}$  Ее координата, м  $x = \omega t \frac{\tau}{\pi} - \text{Const} \cdot \frac{\tau}{\pi}$

Скорость ее перемещения, м/с  $\frac{dx}{dt} = \omega \frac{\tau}{\pi} = 2\pi f \frac{\tau}{\pi} = 2\tau f$

Угловая скорость, рад/с  $\Omega = \frac{2\pi}{p} f = \frac{\omega}{p}$   $\Omega_v = \frac{\omega}{vp}$

Частота вращения, об/мин  $n = \frac{60}{2\pi} \frac{2\pi}{p} f$   $n = \frac{60f}{p}$  «синхронная частота вращения»

Для частоты  $f = 50$  Гц

Для обратной волны  $\Omega_{\text{обр}} = -\frac{\omega}{p}$

| $p$   | 1    | 2    | 3    | 4   | 5   | 6   |
|-------|------|------|------|-----|-----|-----|
| $n_1$ | 3000 | 1500 | 1000 | 750 | 600 | 500 |

# Вращающееся магнитное поле

## МДС 3-фазной обмотки

Фазные обмотки смещены в пространстве на  $120^\circ$  (эл.)  
Их токи (и МДС) смещены во времени на  $120^\circ$

$$f_{A1} = F_{\phi 1} \cos \frac{\pi x}{\tau} \sin \omega t$$

$$f_{B1} = F_{\phi 1} \cos \left( \frac{\pi x}{\tau} - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$f_{C1} = F_{\phi 1} \cos \left( \frac{\pi x}{\tau} - \frac{4\pi}{3} \right) \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

или для прямой и обратной волны

$$f_{A1} = \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t - \frac{\pi x}{\tau} \right) + \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t + \frac{\pi x}{\tau} \right)$$

$$f_{B1} = \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t - \frac{\pi x}{\tau} \right) + \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t + \frac{\pi x}{\tau} - \frac{4\pi}{3} \right)$$

$$f_{C1} = \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t - \frac{\pi x}{\tau} \right) + \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin \left( \omega t + \frac{\pi x}{\tau} - \frac{8\pi}{3} \right)$$

Прямые волны фаз – совпадают

Обратные волны – взаимно уничтожаются  
(синусоиды, сдвинутые на  $1/3$  периода)

Тогда, МДС 3-фазной обмотки

$$f_1 = f_{A1} + f_{B1} + f_{C1} = 3f_{\phi 1}$$

# Вращающееся магнитное поле

## МДС 3-фазной обмотки

$$f_1 = 3 \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi p} I w k_{o1} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)$$

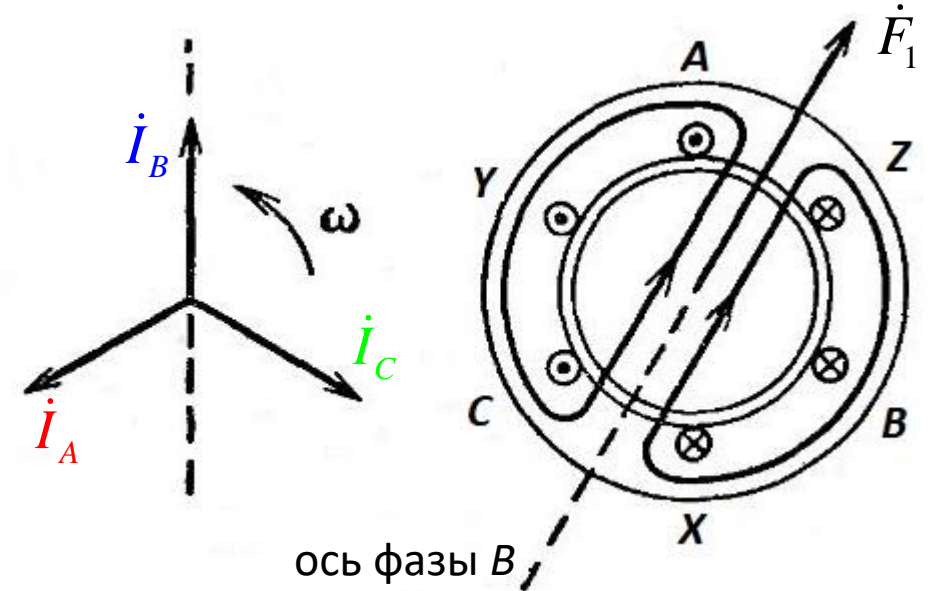
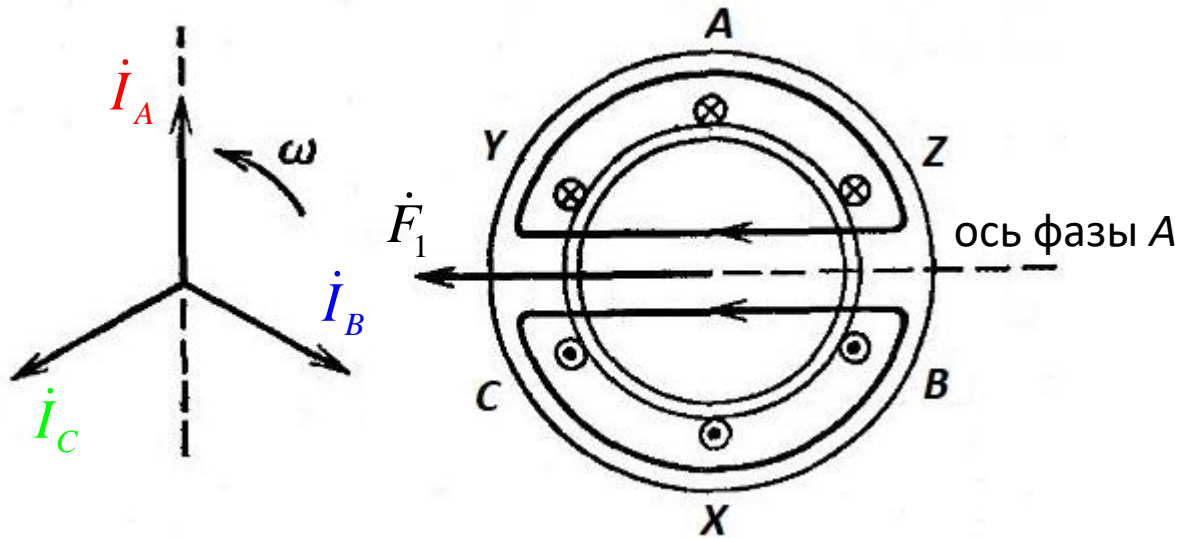
– синусоидальная волна, вращающаяся с  $n = \frac{60f}{p}$

При равномерном зазоре  
волна МДС  $\rightarrow$  волна м. поля (B)

$$B_1 = \frac{\mu_0 F_{1m}}{\delta} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) = B_{1m} \sin(\omega t - p\gamma)$$

«круговое магнитное поле»

Направление вращения поля в пространстве определяется чередованием фаз во времени



# Вращающееся магнитное поле

## МДС 3-фазной обмотки

$$f_1 = 3 \frac{F_{\phi 1}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi p} I w k_{o1} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)$$

– синусоидальная волна, вращающаяся с  $n = \frac{60f}{p}$

При равномерном зазоре  
волна МДС → волна м. поля ( $B$ )

$$B_1 = \frac{\mu_0 F_{1m}}{\delta} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) = B_{1m} \sin(\omega t - p\gamma)$$

«круговое магнитное поле»

Высшие гармонические МДС  $f_v = \frac{3\sqrt{2}}{v\pi p} I w k_{ov} \sin\left(\omega t - \frac{v\pi x}{\tau}\right)$

для разных  $v$  суммирование аргументов  $\sin$  проходит по-разному

- $v$  кратные 3 – отсутствуют для  $m=3$
- существуют только  $v = 1+2m[\text{ц.ч.}]$   
(-5, +7, -11, +13, -17, +19 ... для  $m=3$ )
- знак показывает направление вращения
- подавляются подбором  $\beta = y/\tau$  ( $k_{yv} \rightarrow 0$ )
- важны только «зубцовые» гармоники  
 $v = 1+2mq[\text{ц.ч.}]$