

Общие вопросы теории электроmechanического преобразования энергии в электрических машинах



2.3. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ОБМОТКИ

Электродвижущая сила обмотки

Назначение обмотки

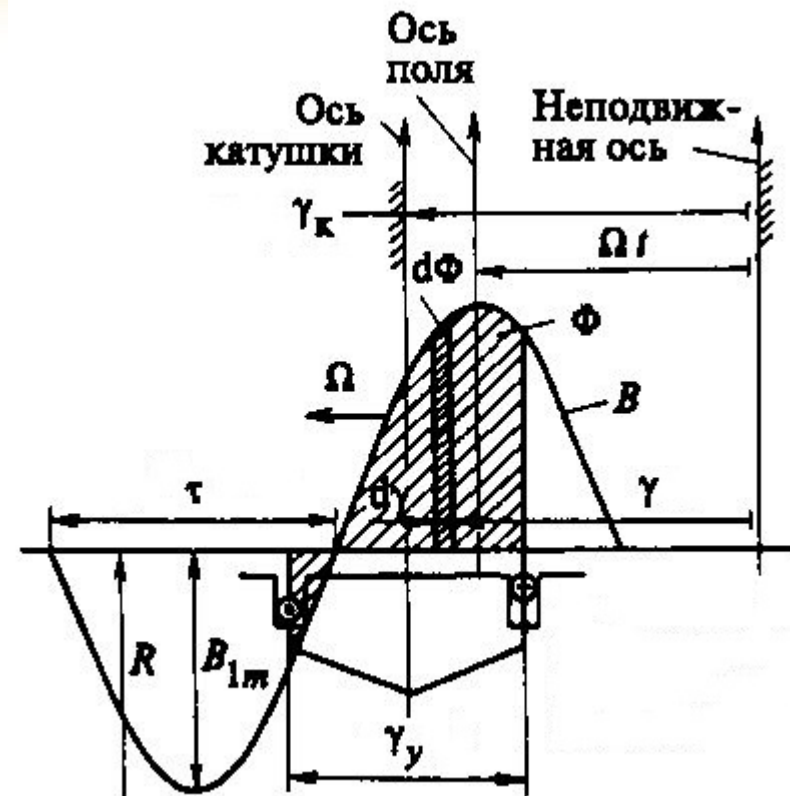
- создание вращающегося магнитного поля
- наведение 3-фазной системы ЭДС

Вращающееся магнитное поле →
переменная ЭДС в проводниках обмотки

1 оборот поля → p периодов изменения ЭДС
 n оборотов за минуту → pn периодов ЭДС
Частота ЭДС (число периодов ЭДС за секунду)

$$f = \frac{pn}{60}$$

Рассмотрим наведение ЭДС:
катушка → катушечная группа → фаза



Основная гармоника поля
– вращающаяся волна $B = B_{1m} \cos(\omega t - p\gamma)$

Катушка шириной γ_y (рад.)
в положении γ_k ($\gamma_y = y/R$, где $\pi R = \tau p$)

ЭДС найдем как $e = -\frac{d\Psi}{dt}$

Электродвижущая сила обмотки

Поток, сцепленный с катушкой $\Phi = \int_{S_y} B dS$

Элемент поверхности катушки $dS = l_\delta dx = l_\delta R d\gamma$

Считая поле однородным по длине машины, перейдем к интегрированию по γ в пределах катушки от $\gamma_1 = \gamma_k - \gamma_y / 2$ до $\gamma_2 = \gamma_k + \gamma_y / 2$

$$\Phi = \int_{S_y} B dS = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} B_{1m} \cos(\omega t - p\gamma) l_\delta R d\gamma$$

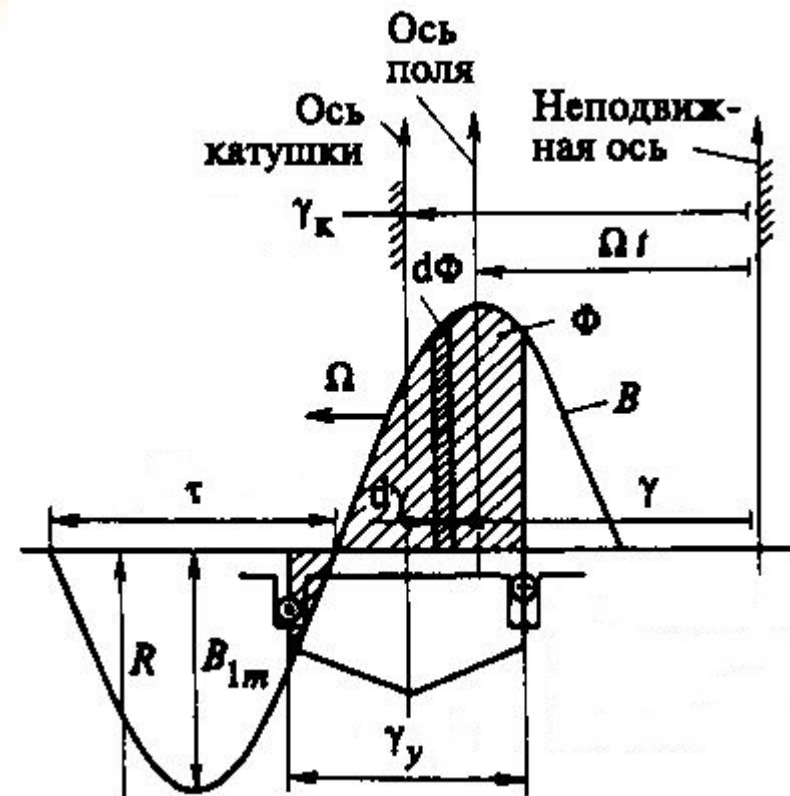
$$\Phi = B_{1m} l_\delta R \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \cos(\omega t - p\gamma) d\gamma = \frac{B_{1m} l_\delta R}{p} \sin(p\gamma - \omega t) \Big|_{\gamma_1}^{\gamma_2}$$

После преобразования разницы sin и с учетом $R = \tau p / \pi$

$$\Phi = \frac{B_{1m} l_\delta \tau}{\pi} 2 \sin\left(\frac{p\gamma_y}{2}\right) \cos(\omega t - p\gamma_k)$$

$$p\gamma_k (\text{геом.}) = \alpha_k (\text{электр.})$$

здесь $\sin\left(\frac{p\gamma_y}{2}\right) = \sin\left(\frac{y\pi}{2\tau}\right) = \sin\left(\frac{\pi\beta}{2}\right) = k_y$



Электродвижущая сила обмотки

Таким образом, поток, сцепленный с катушкой $\Phi = k_y \Phi_m \cos(\omega t - \alpha_k)$

где Φ_m – максимальный поток,

сцепленный с катушкой без укорочения $\Phi_m = \frac{2}{\pi} B_{1m} l_\delta \tau$

Φ изменяется во времени и

зависит от положения оси катушки

Потокосцепление с катушкой

$$\Psi = w_k \Phi = w_k k_y \Phi_m \cos(\omega t - \alpha_k)$$

ЭДС катушки

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = \omega w_k k_y \Phi_m \sin(\omega t - \alpha_k) = \sqrt{2} E_k \sin(\omega t - \alpha_k)$$

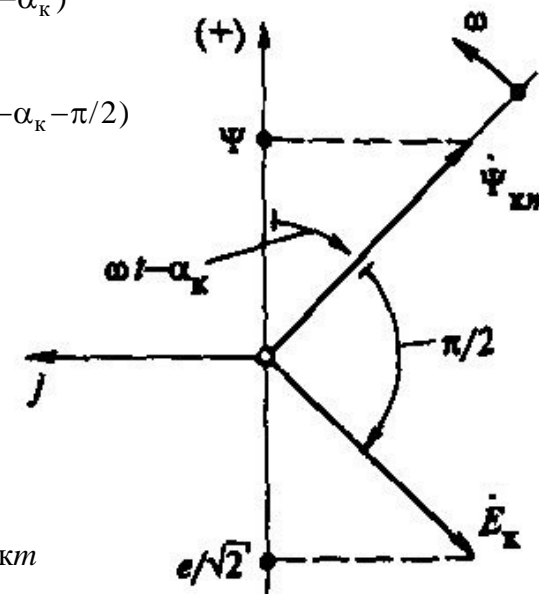
где действующее значение ЭДС катушки

$$E_k = \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_k k_y \Phi_m = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} w_k k_y \Phi_m = 4,44 f w_k k_y \Phi_m$$

представление гармонических величин комплексными функциями

$$\dot{\Psi}_{km} = \Psi_{km} e^{j(\omega t - \alpha_k)}$$

$$\dot{E}_k = \sqrt{2} E_k e^{j(\omega t - \alpha_k - \pi/2)}$$



причем

$$\dot{E}_k = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \dot{\Psi}_{km}$$

Электродвижущая сила обмотки

Потокосцепление и ЭДС катушечной группы

аналогично МДС

$$\Psi_{qm} = q \Psi_{km} k_p$$

где k_p – коэф-т распределения

$$E_q = q E_k k_p$$

$$\dot{E}_q = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \dot{\Psi}_{qm}$$

Потокосцепление и ЭДС фазы

на периоде – «+» и «-» полуволна B
и 2 кат. группы, включенные встречно

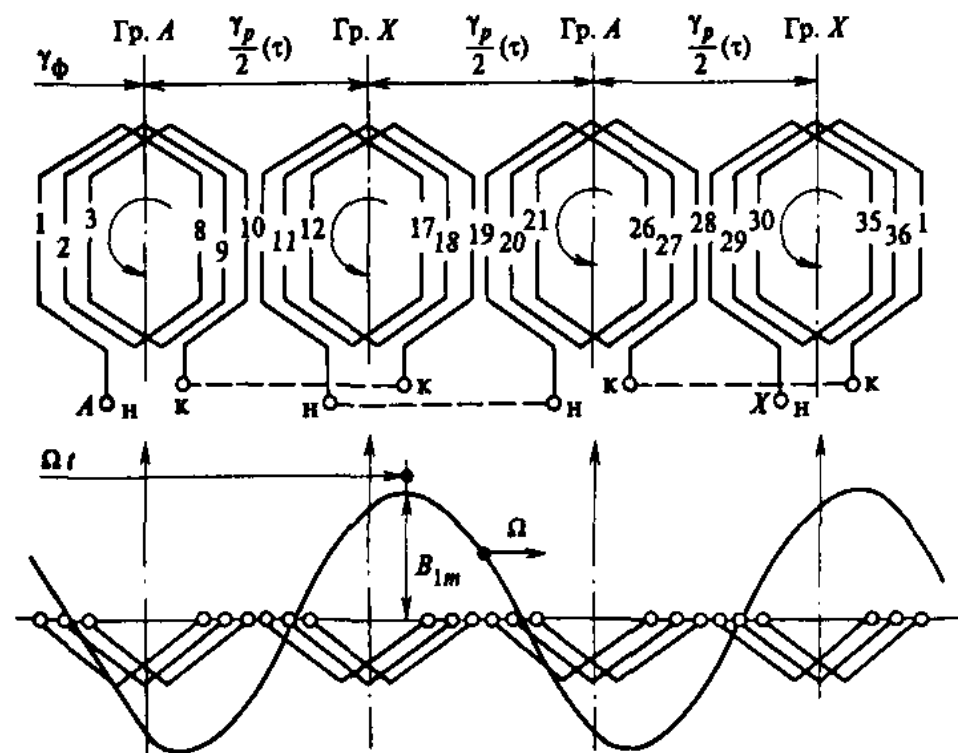
В параллельной ветви Ψ_q и E_q суммируются

$$\Psi_\phi = \frac{2p}{a} \Psi_{qm} = \frac{2p}{a} q w_k k_y k_p \Phi_m = w k_y k_p \Phi_m$$

$$E_\phi = \frac{2p}{a} E_q = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w k_y k_p \Phi_m = 4,44 f w k_y k_p \Phi_m$$

ЭДС от высших гармонических поля

$$E_{\phi v} = 4,44 v f w k_{yv} k_{pv} \Phi_{mv}$$



Электродвижущая сила обмотки

Представление потокоцепления и ЭДС трехфазной обмотки

Все фазы одинаковы и сдвинуты на угол $\gamma_{AB} = \frac{2\pi}{pm}$ или электрический угол $\alpha_{AB} = \frac{2\pi}{m} = \frac{2\pi}{3}$

На временной плоскости – звезда одинаковых фазных векторов вращается со скоростью ω

$$\Psi_{Am} = \Psi_{Bm} = \Psi_{Cm} = \Psi_{\phi m}$$

$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{2}E_{\phi}$$

Мгновенные значения – проекции векторов на ось времени в положении ωt (выбирая фазу A за главную)

$$\Psi_A = \Psi_{\phi m} \cos(\omega t)$$

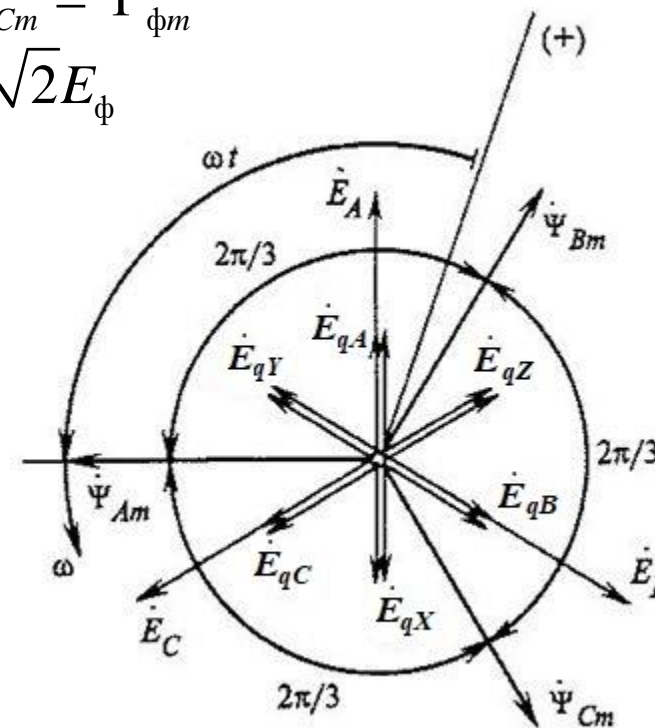
$$e_A = \sqrt{2}E_{\phi} \cos(\omega t - \pi/2)$$

$$\Psi_B = \Psi_{\phi m} \cos(\omega t - \alpha_{BA})$$

$$e_B = \sqrt{2}E_{\phi} \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{BA})$$

$$\Psi_C = \Psi_{\phi m} \cos(\omega t - \alpha_{CA})$$

$$e_C = \sqrt{2}E_{\phi} \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{CA})$$



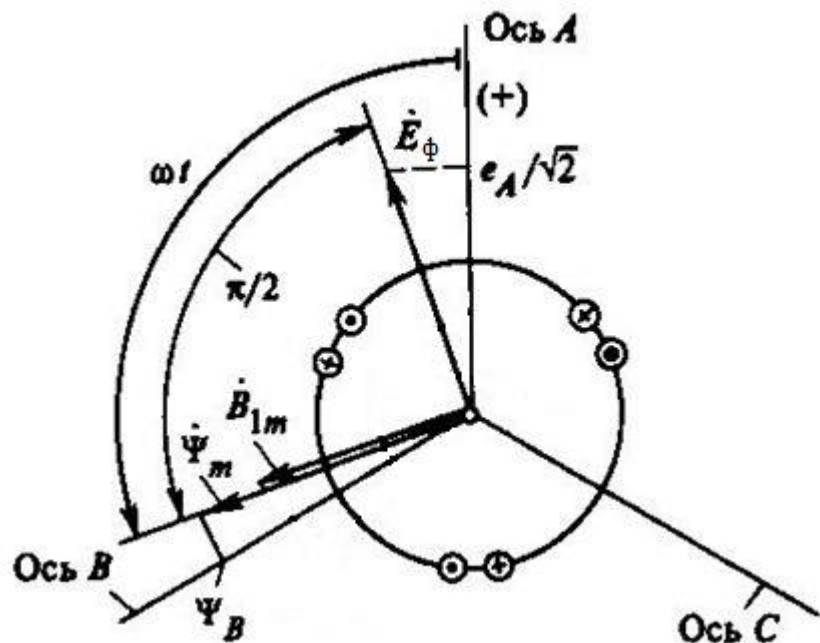
Электродвижущая сила обмотки

Представление потокосцепления и ЭДС трехфазной обмотки

На пространственной плоскости – результирующий вектор вращается со скоростью ω

$$\dot{\Psi} = \Psi_m e^{j\omega t} \quad \dot{E} = \sqrt{2}E_\phi e^{j(\omega t - \pi/2)}$$

Мгновенные значения – проекции
результирующих векторов
на оси фаз в положении ωt



$$\Psi_A = \Psi_m \cos(\omega t)$$

$$\Psi_B = \Psi_m \cos(\omega t - \alpha_{BA})$$

$$\Psi_C = \Psi_m \cos(\omega t - \alpha_{CA})$$

$$e_A = \sqrt{2}E_\phi \cos(\omega t - \pi/2)$$

$$e_B = \sqrt{2}E_\phi \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{BA})$$

$$e_C = \sqrt{2}E_\phi \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{CA})$$

Общие вопросы теории электрохимического преобразования энергии в электрических машинах



2.4. ВЫСШИЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Высшие гармонические магнитного поля

Круговое магнитное поле в зазоре ЭМ – *синусоидальное*

– \sin распределение индукции магнитного поля (Φ/S) вдоль зазора

Основная гармоника поля имеет число периодов как у обмотки, которая его создает

$$B_1 = B_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) = B_{1m} \sin(\omega t - p\gamma)$$

Но есть и **высшие гармоники** поля с $p_v = \nu p$ ($\tau_v = \tau/\nu$) $B_v = B_{vm} \sin\left(\omega t - \frac{\nu\pi x}{\tau}\right) = B_{vm} \sin(\omega t - \nu p\gamma)$

Пространственные гармоники

\sin ток $I_1 \rightarrow$ пространственные гармоники МДС $\nu = 1+2m$ [ц.ч.] (прямо- и обратновращающиеся)

При равномерном зазоре: гармоники МДС $F_v \rightarrow$ гармоники индукции $B_v = \mu_0 F_v / \delta$ (с учетом k_{ov})

Их сумма дает несинусоидальное поле

Причины несинусоидальности:

- дискретность обмотки (ступенчатая форма МДС)
- неравномерность величины зазора (зубчатость / пазовость)
- локальное насыщение магнитопровода

Несинусоидальный ток $I_1 \rightarrow$ **Временные гармоники** (каждая – свой спектр пространственных)

Высшие гармонические магнитного поля

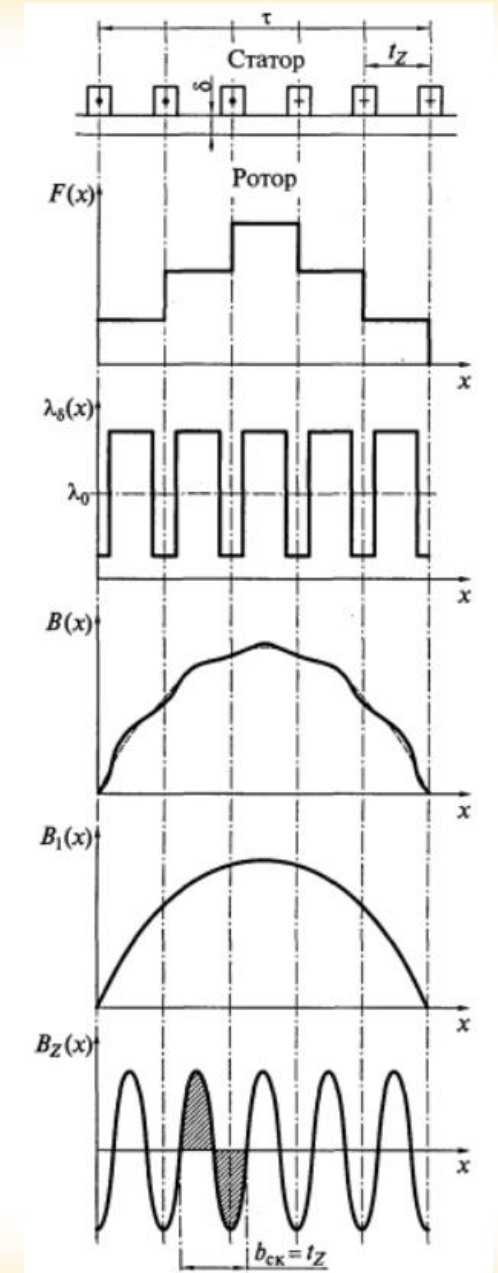
Неравномерность зазора \rightarrow гармоники проводимости

Согласно закону Ома для магнитной цепи $\Phi = F\Lambda_\delta$
(полагая $\mu_{ст} = \infty$ и $U_{мст} = 0$) или $BS = F\Lambda_\delta \rightarrow B = F \frac{\Lambda_\delta}{\tau l_\delta} = F\lambda_\delta$

Распределение индукции поля вдоль зазора $B(x) = F(x)\lambda_\delta(x)$
(пространственные гармоники \times гармоники проводимости)

Дискретная обмотка в пазах статора:

- ступенчатая кривая МДС $F(x)$
- периодическая кривая уд.проводимости $\lambda_\delta(x)$
- λ_0 – среднее значение удельной проводимости зазора
- реальная кривая индукции поля $B(x)$
- основная гармоника индукции поля $B_1(x)$
- «зубцовая» гармоника индукции поля $B_z(x)$
- скос пазов на t_z для подавления зубцовой гармоники в ЭДС



Высшие гармонические магнитного поля

Локальное насыщение магнитопровода

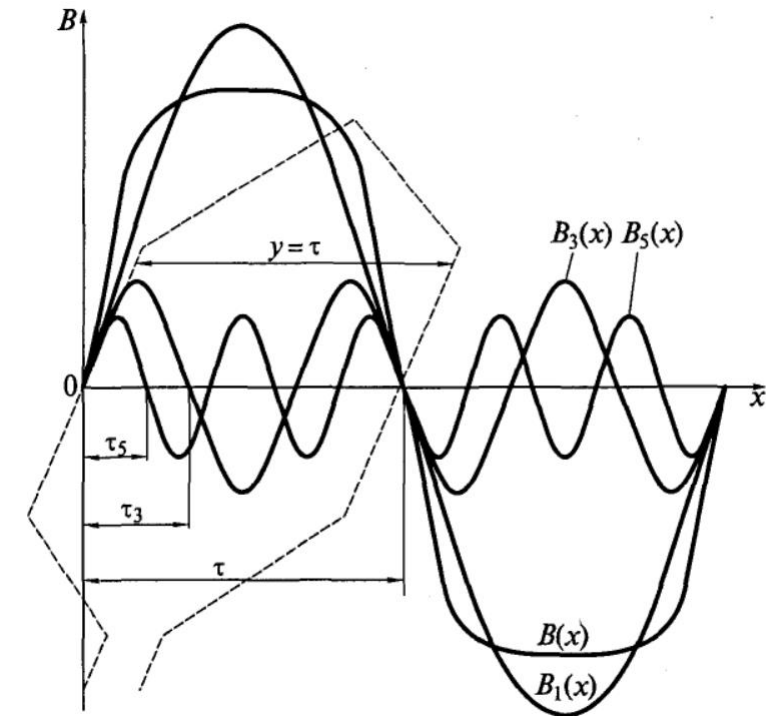
Синусоидальная МДС $F_1 \rightarrow$ у плосение кривой $B(x)$
из-за насыщения зубцовой зоны \rightarrow гармоники B

Влияние высших гармонических поля на ЭДС обмотки

Основная гармоника поля B_1 $\Omega_1 = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f_1}{p}$
вращается со скоростью
и наводит основную гармонику ЭДС E_1 $f_1 = \frac{pn_1}{60} = \frac{p\Omega_1}{2\pi}$
с частотой

ν гармоника поля B_ν $\Omega_\nu = \frac{\omega}{p_\nu} = \frac{\omega}{\nu p} = \frac{\Omega_1}{\nu}$
вращается со скоростью
и наводит ν гармонику ЭДС E_ν $f_\nu = \frac{p_\nu \Omega_\nu}{2\pi} = \frac{\nu p \cdot \Omega_1 / \nu}{2\pi} = f_1$
с частотой

Все гармоники ЭДС суммируются и дают полную ЭДС самоиндукции $E = E_1 + \sum E_\nu$



Высшие гармонические магнитного поля

Влияние высших гармонических поля возбуждения на ЭДС обмотки

В синхронных машинах поле возбуждения создается постоянным током обмотки возбуждения (или ПМ) на роторе

Все гармоники поля вращаются со скоростью ротора $\Omega_2 = \Omega_1$

Они наводят в обмотке статора ЭДС взаимоиндукции с частотой $f_v = \frac{p_v \Omega_2}{2\pi} = \frac{vp \cdot \Omega_1}{2\pi} = v f_1$

Результирующая ЭДС оказывается несинусоидальной

Ее действующее значение находят как $E = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \dots E_v^2}$

Для обеспечения качества электроэнергии вводят ограничение коэффициента искажения синусоидальности (THD) – до 4%

$$k_U = \frac{\sqrt{\sum_{v \neq 1} E_{vm}^2}}{E_{1m}} 100\%$$

В генераторах

- улучшение формы поля (sin)
- соединение обмотки в звезду ($v \neq 3k$)

Улучшение формы ЭДС

Укорочение шага обмотки

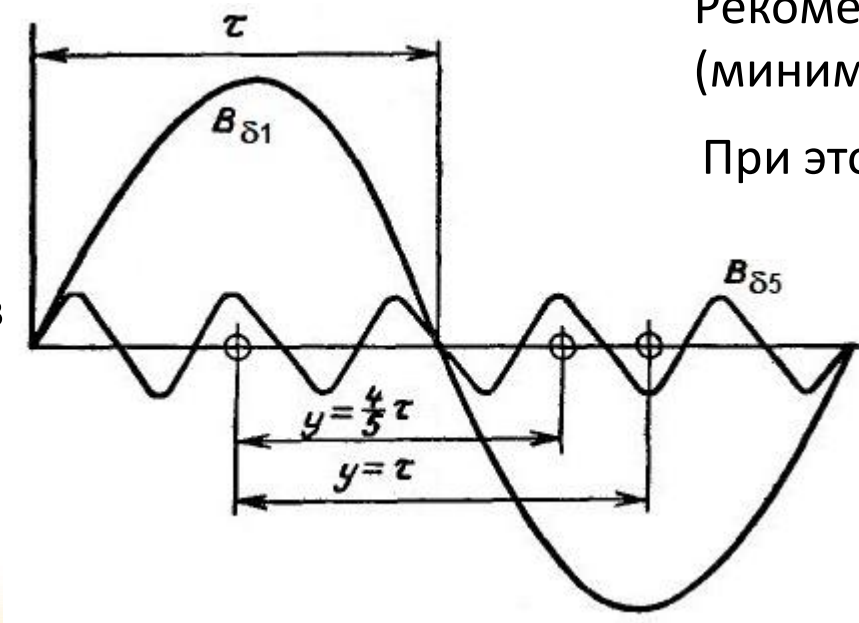
Для высших гармонических быстро уменьшается
коэф-т укорочения

$$k_{yv} = \sin \frac{v\pi\beta}{2} = \sin \frac{v\pi y}{2\tau}$$

При укорочении шага на τ/v пропадает v гармоника

Например для $v = 5$

- при $y = \tau$ ЭДС проводников суммируются
- при $y = 4/5 \tau$ ЭДС проводников вз.компенсируются



При $y = 4/5 \tau$

- $k_{y1} = 0,951$; $k_{y5} = 0$; $k_{y7} = 0,573$

При $y = 6/7 \tau$

- $k_{y1} = 0,975$; $k_{y5} = 0,433$; $k_{y7} = 0$

Рекомендуется выбирать $y = 0,83 \tau$
(минимизация 5 и 7 гармоники)

При этом страдает и 1 гармоника!

Электродвижущая сила обмотки

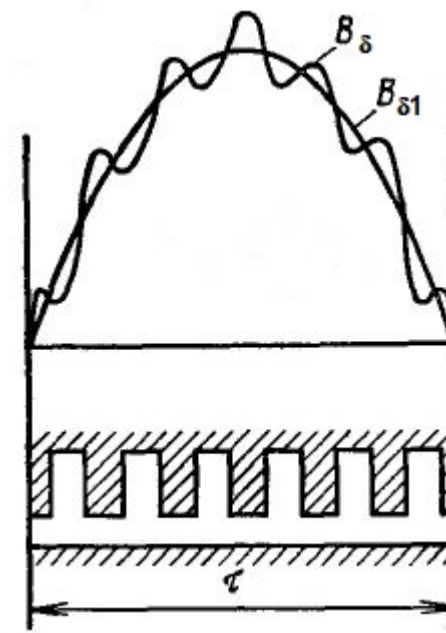
Распределение обмотки по пазам

при увеличении q быстро уменьшается коэф-т распределения

$$k_{pv} = \frac{\sin \frac{v\pi}{2m}}{q \sin \frac{v\pi}{2mq}}$$

k_{pv}	$q = 2$	$q = 3$	$q = 4$	$q = 5$	$q = 6$
$v = 1$	0,966	0,960	0,958	0,957	0,957
$v = 5$	0,259	0,217	0,205	0,200	0,197
$v = 7$	0,259	0,177	0,158	0,149	0,145

Однако существуют гармоники $v = 1 + 2mq$ [ц.ч.],
 для которых $k_{pv} = k_{p1}$ и $k_{yv} = k_{y1}$ (большой k_o)
 «Зубцовые» гармоники
 (у них период равен t_z или $p_v = p + Z$ [ц.ч.])



Электродвижущая сила обмотки

Скос пазов

Сдвиг листов сердечника → скос пазов (проводников)

Единая волна поля → ЭДС участков по длине проводника

ΔE одинаковые, но смещены по фазе

→ ЭДС проводника меньше суммы ΔE

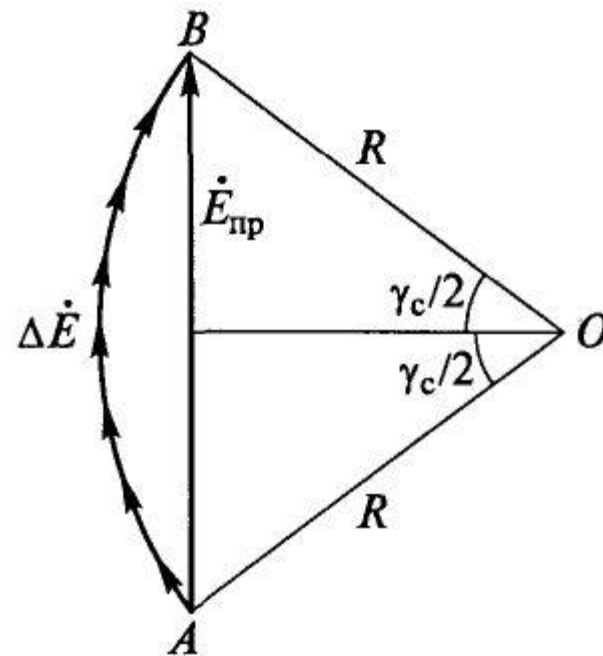
Коэффициент скоса
$$k_c = \frac{E_{\text{пр}}}{\sum \Delta E} = \frac{2R \sin \frac{\gamma_c}{2}}{R\gamma_c} = \frac{\sin \frac{\gamma_c}{2}}{\frac{\gamma_c}{2}}$$

Обмоточный коэффициент

$$k_o = k_y k_p k_c$$

Эффективное число витков

$$w_{\text{эф}} = w \cdot k_o$$



Общие вопросы теории электрохимического преобразования энергии в электрических машинах

• ===== •

2.5. МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ПАРАМЕТРЫ ОБМОТОК

Магнитные поля и параметры обмоток

Магнитное поле ЭМ

МДС токов обмотки статора F_1 и МДС токов обмотки ротора F_2

→ результирующее магнитное поле:

- главное поле (взаимоиндукции)
- поле рассеяния статора (от F_1)
- поле рассеяния ротора (от F_2)

Главное поле – основная гармоника поля в зазоре

В линейной среде $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$

Главная индуктивность фазы $L_{AA} = \frac{\Psi_{AAm}}{\sqrt{2}I_A}$

$$\Psi_{AAm} = wk_{o1}\Phi_m = \frac{2}{\pi}\tau l_{\delta} wk_{o1} B_{1m}$$

тогда
$$L_{AA} = \frac{4\mu_0}{p\pi^2} (wk_{o1})^2 \frac{\tau l_{\delta}}{\delta k_{\delta}}$$

$$B_{1m} = \frac{\mu_0 F_{\phi 1m}}{\delta k_{\delta}} = \frac{2\sqrt{2}I_A wk_{o1}\mu_0}{\pi p \delta k_{\delta}}$$

Главная взаимная индуктивность между фазами $L_{BA} = \frac{\Psi_{BAm}}{\sqrt{2}I_A} = \frac{\Psi_{AAm} \cos \alpha_{BA}}{\sqrt{2}I_A} = L_{AA} \cos \alpha_{BA}$

Для 3-фазной обмотки
$$L_{BA} = L_{AA} \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} L_{AA} \quad L_{CA} = L_{AA} \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} L_{AA}$$

Магнитные поля и параметры обмоток

Главное поле

Главная индуктивность 3-фазной обмотки

– индуктивность фазы с учетом влияния других фаз

$$L_{11} = \frac{\Psi_m}{I_{Am}} = \frac{L_{AA}I_{Am} + L_{AB}I_{Bm} + L_{AC}I_{Cm}}{I_{Am}}$$

- для токов прямой и обратной последовательности $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$

$$L_{11} = L_{AA}(1 - \cos \alpha_{AB}) = \frac{3}{2}L_{AA} = \frac{6\mu_0}{p\pi^2} (wk_{ol})^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}$$

- для токов нулевой последовательности $\dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C$

$$L_{11} = L_{AA} - \frac{1}{2}L_{AA} - \frac{1}{2}L_{AA} = 0$$

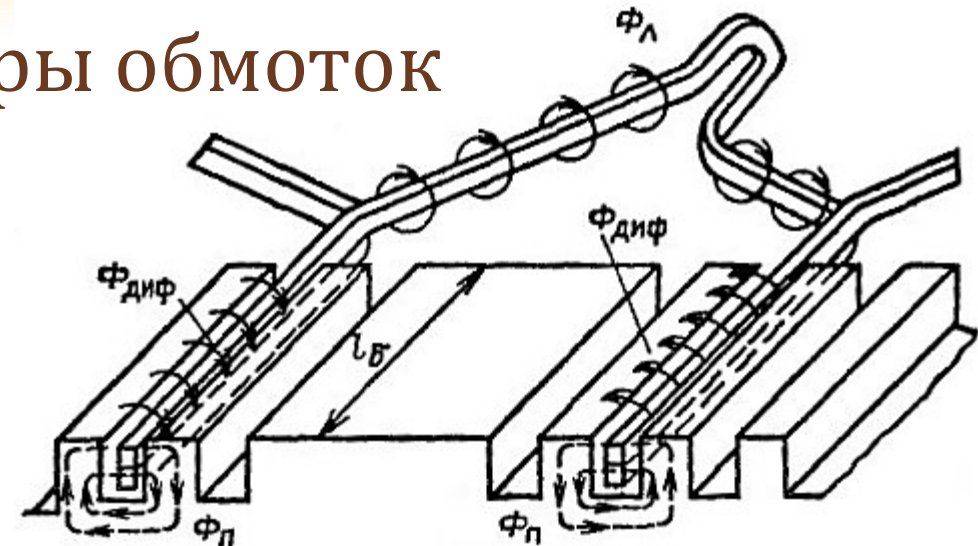
Магнитные поля и параметры обмоток

Поле рассеяния

- пазовое
- лобовое
- дифференциальное

Индуктивность рассеяния одной стороны катушки

$$L_{\sigma k} = \frac{\sum \Psi_{\sigma}}{I_{Am}} = \frac{\sum N_{\pi} \Phi_{\sigma}}{I_{Am}} = N_{\pi} \frac{\sum F_{Am} \Lambda_{\sigma}}{I_{Am}} = N_{\pi} \frac{\sum N_{\pi} I_{Am} \Lambda_{\sigma}}{I_{Am}} = N_{\pi}^2 \sum \Lambda_{\sigma}$$



N_{π} – число проводников в пазу
($N_{\pi} = 2w_k$ или $N_{\pi} = w_k$)

Фаза обмотки расположена в $2pq$ пазах, но разбита на a параллельных ветвей

Индуктивность одной параллельной ветви $L_{\sigma a} = N_{\pi}^2 \Lambda_{\Sigma \sigma} \cdot 2 \frac{pq}{a}$

Индуктивность фазы из a параллельных ветвей

$$L_{\sigma} = \frac{1}{a} N_{\pi}^2 \Lambda_{\Sigma \sigma} 2 \frac{pq}{a}$$

Число витков фазы $w = w_k \frac{2pq}{a} = \frac{N_{\pi}}{2} \frac{2pq}{a} = N_{\pi} \frac{pq}{a}$

В однослойной обмотке $w = w_k \frac{pq}{a} = N_{\pi} \frac{pq}{a}$

Тогда индуктивность рассеяния фазы $L_{\sigma} = 2w^2 \frac{1}{pq} \Lambda_{\Sigma \sigma}$ или $L_{\sigma} = 2w^2 \frac{\mu_0 l_{\delta}}{pq} \lambda_{\sigma}$ где $\lambda_{\sigma} = \lambda_{\sigma \pi} + \lambda_{\sigma \lambda} + \lambda_{\sigma \delta}$

Для двухслойной обмотки $\lambda_{\sigma \pi}$ должен учитывать укорочение шага катушки

– коэффициент проводимости

Расчет λ_{σ} – Проектирование ЭМ,
под. ред. И.П.Копылова