

# Общие вопросы теории электромеханического преобразования энергии в электрических машинах

---

## 2.3. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ОБМОТКИ

# Электродвижущая сила обмотки

## Назначение обмотки

- создание вращающегося магнитного поля
- наведение 3-фазной системы ЭДС

Вращающееся магнитное поле →  
переменная ЭДС в проводниках обмотки

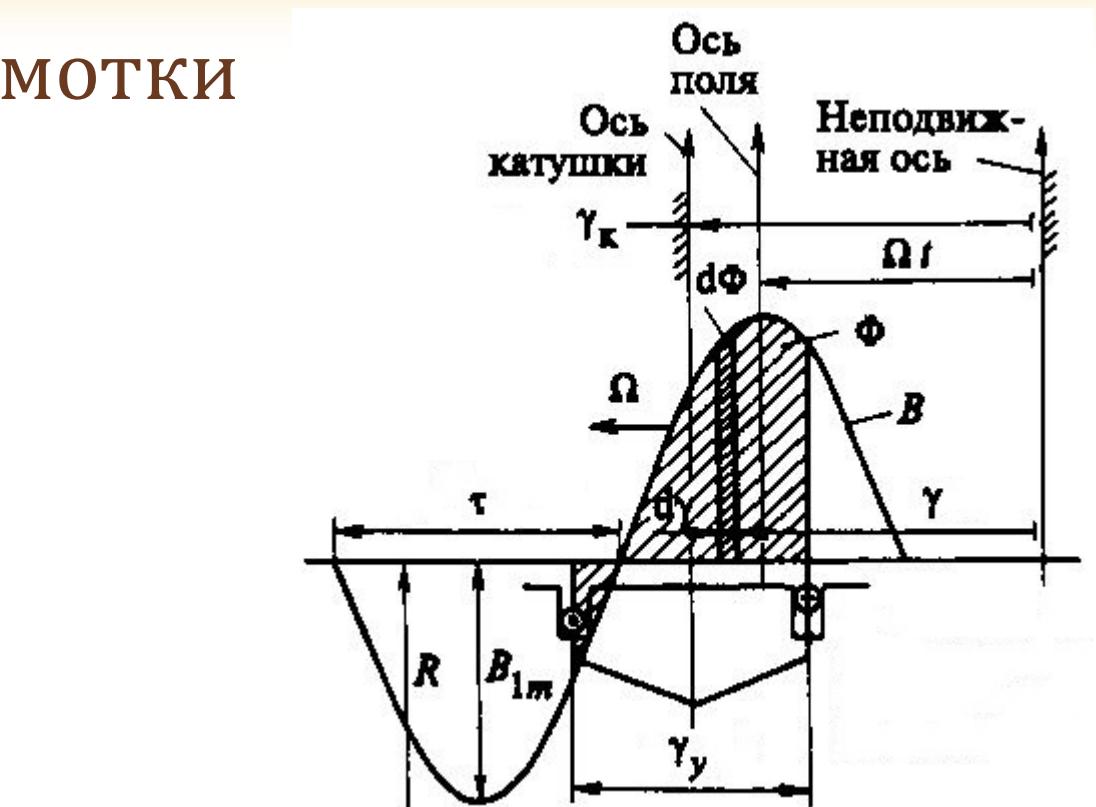
1 оборот поля →  $p$  периодов изменения ЭДС

$n$  оборотов за минуту →  $pn$  периодов ЭДС

Частота ЭДС (число периодов ЭДС за секунду)

$$f = \frac{pn}{60}$$

Рассмотрим наведение ЭДС:  
катушка → катушечная группа → фаза



Основная гармоника поля

– вращающаяся волна  $B = B_{1m} \cos(\omega t - p\gamma)$

Катушка шириной  $\gamma_y$  (рад.)

в положении  $\gamma_k$   $(\gamma_y = y/R, \text{ где } \pi R = \tau p)$

ЭДС найдем как  $e = -\frac{d\Psi}{dt}$

# Электродвижущая сила обмотки

## Поток, сцепленный с катушкой

$$\Phi = \int_{S_y} B dS$$

Элемент поверхности катушки  $dS = l_\delta dx = l_\delta R d\gamma$

Считая поле однородным по длине машины, перейдем к интегрированию по  $\gamma$  в пределах катушки от  $\gamma_1 = \gamma_k - \gamma_y / 2$  до  $\gamma_2 = \gamma_k + \gamma_y / 2$

$$\Phi = \int_{S_\gamma} BdS = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} B_{1m} \cos(\omega t - p\gamma) l_\delta R d\gamma$$

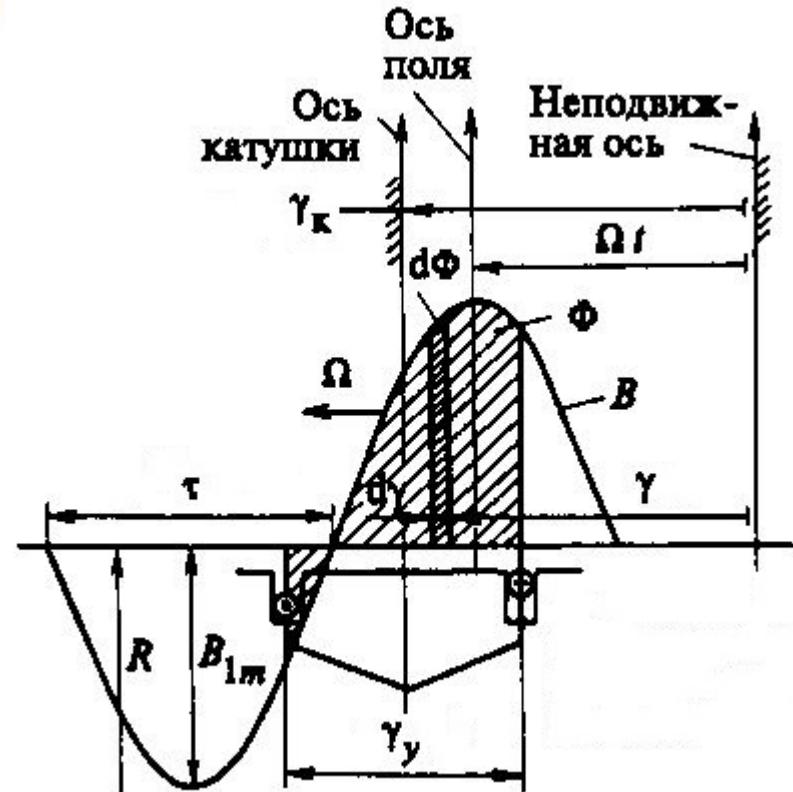
$$\Phi = B_{1m} l_\delta R \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \cos(\omega t - p\gamma) d\gamma = \frac{B_{1m} l_\delta R}{p} \sin(p\gamma - \omega t) \Big|_{\gamma_1}^{\gamma_2}$$

После преобразования разности  $\sin$  и с учетом  $R = \tau p/\pi$

$$\Phi = \frac{B_{1m} l_\delta \tau}{\pi} 2 \sin\left(\frac{p \gamma_y}{2}\right) \cos(\omega t - p \gamma_k)$$

$$p\gamma_{\text{к}}(\text{геом.}) = \alpha_{\text{к}}(\text{электр.})$$

$$\text{здесь } \sin\left(\frac{p\gamma_y}{2}\right) = \sin\left(\frac{y\pi}{2\tau}\right) = \sin\left(\frac{\pi\beta}{2}\right) = k_y$$



# Электродвижущая сила обмотки

Таким образом, поток, сцепленный с катушкой  $\Phi = k_y \Phi_m \cos(\omega t - \alpha_k)$

где  $\Phi_m$  – максимальный поток,

сцепленный с катушкой без укорочения  $\Phi_m = \frac{2}{\pi} B_{lm} l_\delta \tau$

$\Phi$  изменяется во времени и  
зависит от положения оси катушки

## Потокосцепление с катушкой

$$\Psi = w_k \Phi = w_k k_y \Phi_m \cos(\omega t - \alpha_k)$$

## ЭДС катушки

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = \omega w_k k_y \Phi_m \sin(\omega t - \alpha_k) = \sqrt{2} E_k \sin(\omega t - \alpha_k)$$

где действующее значение ЭДС катушки

$$E_k = \frac{\omega}{\sqrt{2}} w_k k_y \Phi_m = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} w_k k_y \Phi_m = 4,44 f w_k k_y \Phi_m$$

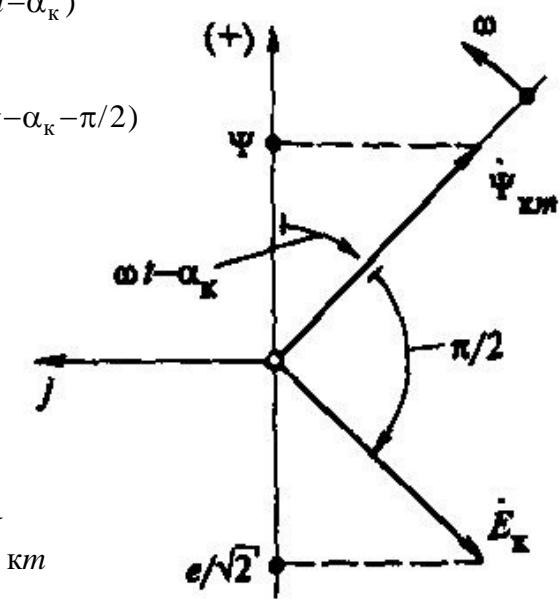
представление гармонических величин  
комплексными функциями

$$\dot{\Psi}_{km} = \Psi_{km} e^{j(\omega t - \alpha_k)}$$

$$\dot{E}_k = \sqrt{2} E_k e^{j(\omega t - \alpha_k - \pi/2)}$$

причем

$$\dot{E}_k = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \dot{\Psi}_{km}$$



# Электродвижущая сила обмотки

## Потокосцепление и ЭДС катушечной группы

аналогично МДС

$$\Psi_{qm} = q\Psi_{km}k_p \quad \text{где } k_p \text{ – коэф-т распределения}$$

$$E_q = qE_k k_p \quad \dot{E}_q = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \Psi_{qm}$$

## Потокосцепление и ЭДС фазы

на периоде – «+» и «-» полуволна  $B$

и 2 кат.группы, включенные встречно

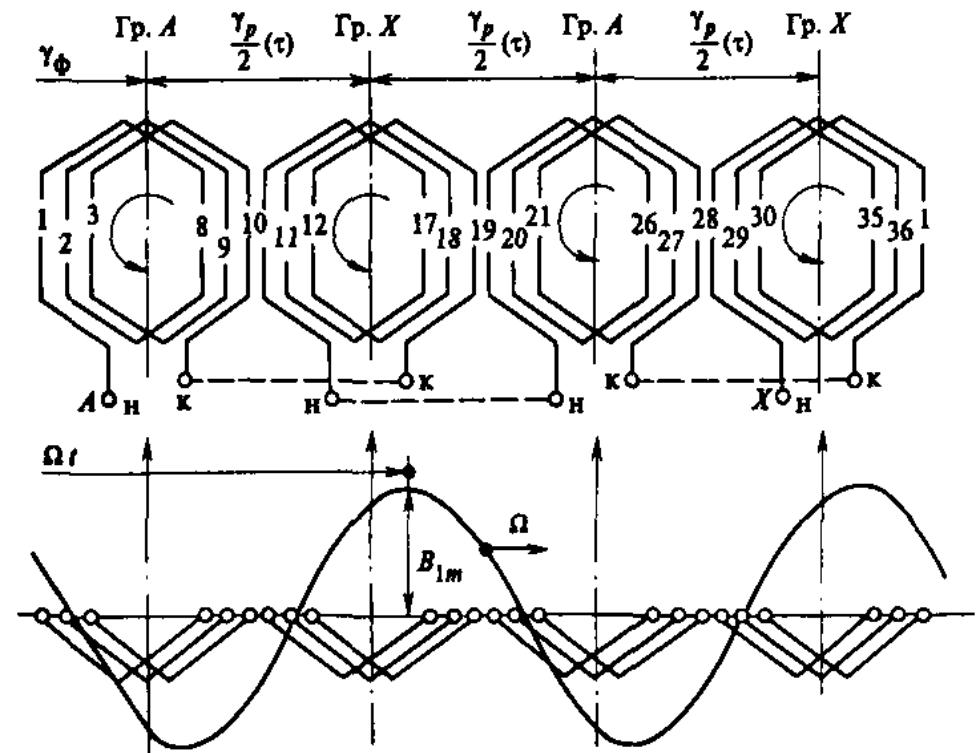
В параллельной ветви  $\Psi_q$  и  $E_q$  суммируются

$$\Psi_\phi = \frac{2p}{a} \Psi_{qm} = \frac{2p}{a} q w_k k_y k_p \Phi_m = w k_y k_p \Phi_m$$

$$E_\phi = \frac{2p}{a} E_q = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w k_y k_p \Phi_m = 4,44 f w k_y k_p \Phi_m$$

## ЭДС от высших гармонических полей

$$E_{\phi v} = 4,44 v f w k_{yv} k_{pv} \Phi_{mv}$$



# Электродвижущая сила обмотки

## Представление потокосцепления и ЭДС трехфазной обмотки

Все фазы одинаковы и сдвинуты на угол  $\gamma_{AB} = \frac{2\pi}{pm}$  или электрический угол  $\alpha_{AB} = \frac{2\pi}{m} = \frac{2\pi}{3}$

На временной плоскости – звезда одинаковых фазных векторов вращается со скоростью  $\omega$

$$\Psi_{Am} = \Psi_{Bm} = \Psi_{Cm} = \Psi_{\phi m}$$
$$E_A = E_B = E_C = \sqrt{2}E_\phi$$

Мгновенные значения – проекции векторов на ось времени в положении  $\omega t$  (выбирая фазу  $A$  за главную)

$$\Psi_A = \Psi_{\phi m} \cos(\omega t)$$

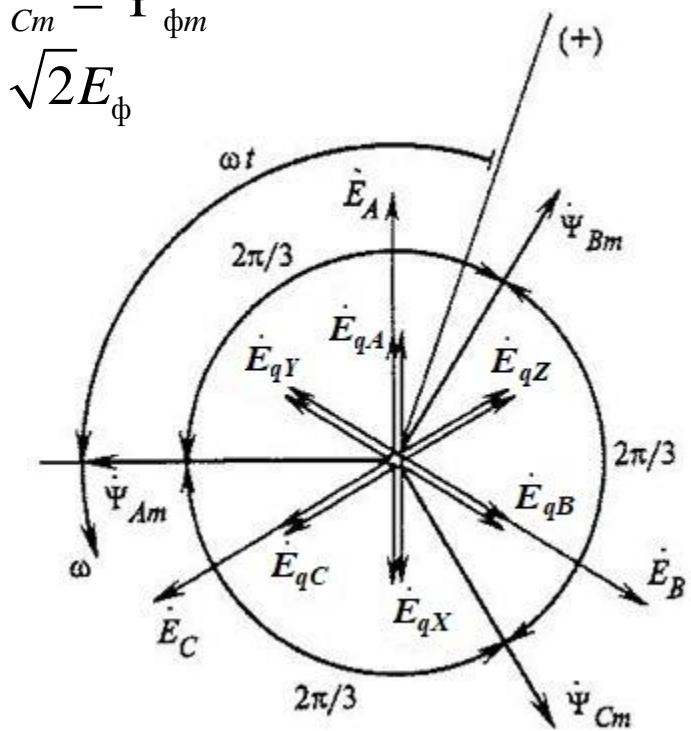
$$e_A = \sqrt{2}E_\phi \cos(\omega t - \pi/2)$$

$$\Psi_B = \Psi_{\phi m} \cos(\omega t - \alpha_{BA})$$

$$e_B = \sqrt{2}E_\phi \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{BA})$$

$$\Psi_C = \Psi_{\phi m} \cos(\omega t - \alpha_{CA})$$

$$e_C = \sqrt{2}E_\phi \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{CA})$$

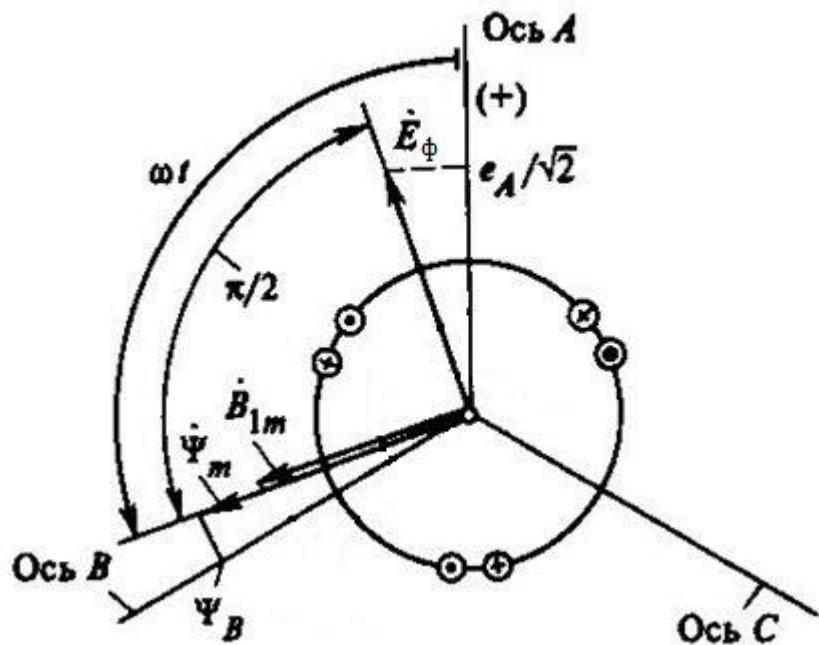


# Электродвижущая сила обмотки

## Представление потокосцепления и ЭДС трехфазной обмотки

На пространственной плоскости – результирующий вектор вращается со скоростью  $\omega$

$$\dot{\Psi} = \Psi_m e^{j\omega t} \quad \dot{E} = \sqrt{2} E_\phi e^{j(\omega t - \pi/2)}$$



Мгновенные значения – проекции  
результирующих векторов  
на оси фаз в положении  $\omega t$

$$\Psi_A = \Psi_m \cos(\omega t)$$

$$e_A = \sqrt{2} E_\phi \cos(\omega t - \pi/2)$$

$$\Psi_B = \Psi_m \cos(\omega t - \alpha_{BA})$$

$$e_B = \sqrt{2} E_\phi \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{BA})$$

$$\Psi_C = \Psi_m \cos(\omega t - \alpha_{CA})$$

$$e_C = \sqrt{2} E_\phi \cos(\omega t - \pi/2 - \alpha_{CA})$$

# Общие вопросы теории электромеханического преобразования энергии в электрических машинах

---

## 2.4. ВЫСШИЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

# Высшие гармонические магнитного поля

Круговое магнитное поле в зазоре ЭМ – *синусоидальное*

–  $\sin$  распределение индукции магнитного поля ( $\Phi/S$ ) вдоль зазора

**Основная гармоника** поля имеет число периодов как у обмотки, которая его создает

$$B_1 = B_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) = B_{1m} \sin(\omega t - p\gamma)$$

Но есть и **высшие гармоники** поля с  $p_v = vp$  ( $\tau_v = \tau/v$ )  $B_v = B_{vm} \sin\left(\omega t - \frac{v\pi x}{\tau}\right) = B_{vm} \sin(\omega t - vp\gamma)$

## Пространственные гармоники

Sin ток  $I_1 \rightarrow$  пространственные гармоники МДС  $v = 1+2m$  [ц.ч.] (прямо- и обратновращающиеся)

При равномерном зазоре: гармоники МДС  $F_v \rightarrow$  гармоники индукции  $B_v = \mu_0 F_v / \delta$  (с учетом  $k_{ov}$ )

Их сумма дает несинусоидальное поле

Причины несинусоидальности:

- дискретность обмотки (ступенчатая форма МДС)
- неравномерность величины зазора (зубчатость / пазовость)
- локальное насыщение магнитопровода

Несинусоидальный ток  $I_1 \rightarrow$  **Временные гармоники** (каждая – свой спектр пространственных)

# Высшие гармонические магнитного поля

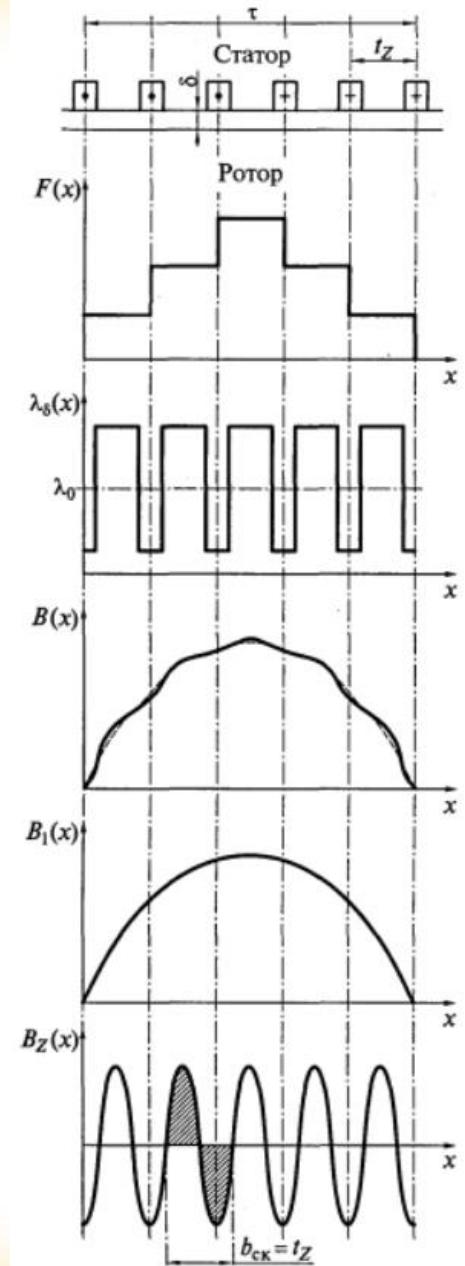
Неравномерность зазора  $\rightarrow$  гармоники проводимости

Согласно закону Ома для магнитной цепи  $\Phi = F\Lambda_\delta$   
(полагая  $\mu_{\text{ст}} = \infty$  и  $U_{\mu\text{ст}} = 0$ )      или       $BS = F\Lambda_\delta \rightarrow B = F \frac{\Lambda_\delta}{\tau l_\delta} = F\lambda_\delta$

Распределение индукции поля вдоль зазора  $B(x) = F(x)\lambda_\delta(x)$   
(пространственные гармоники  $\times$  гармоники проводимости)

Дискретная обмотка в пазах статора:

- ступенчатая кривая МДС  $F(x)$
- периодическая кривая уд.проводимости  $\lambda_\delta(x)$
- $\lambda_0$  – среднее значение удельной проводимости зазора
- реальная кривая индукции поля  $B(x)$
- основная гармоника индукции поля  $B_1(x)$
- «зубцовая» гармоника индукции поля  $B_Z(x)$
- скос пазов на  $t_Z$  для подавления зубцовой гармоники в ЭДС



# Высшие гармонические магнитного поля

Локальное насыщение магнитопровода

Синусоидальная МДС  $F_1 \rightarrow$  уплощение кривой  $B(x)$   
из-за насыщения зубцовой зоны  $\rightarrow$  гармоники  $B$

Влияние высших гармонических полей на ЭДС обмотки

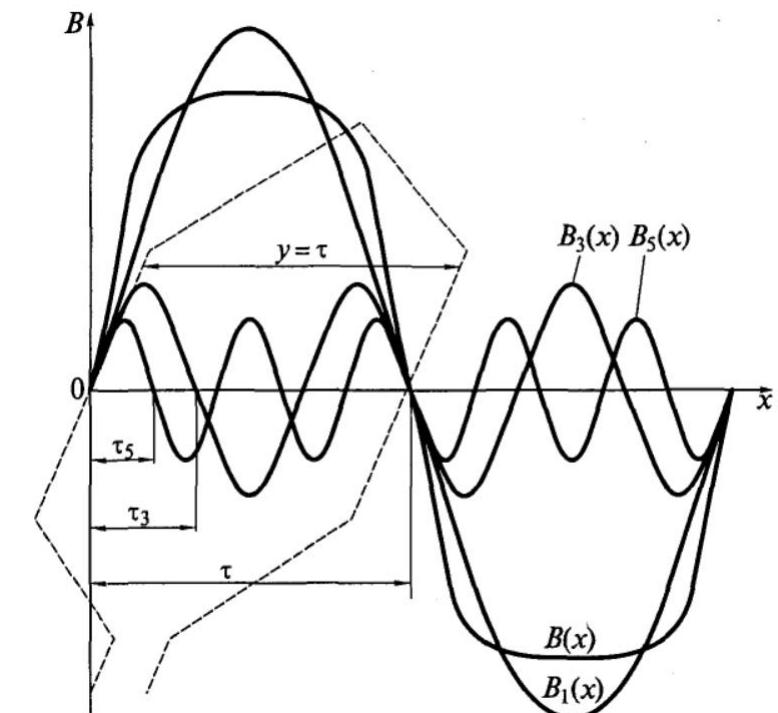
Основная гармоника поля  $B_1$        $\Omega_1 = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f_1}{p}$   
вращается со скоростью

и наводит основную гармонику ЭДС  $E_1$        $f_1 = \frac{pn_1}{60} = \frac{p\Omega_1}{2\pi}$   
с частотой

$v$  гармоника поля  $B_v$        $\Omega_v = \frac{\omega}{p_v} = \frac{\omega}{vp} = \frac{\Omega_1}{v}$   
вращается со скоростью

и наводит  $v$  гармонику ЭДС  $E_v$        $f_v = \frac{p_v \Omega_v}{2\pi} = \frac{vp \cdot \Omega_1 / v}{2\pi} = f_1$   
с частотой

Все гармоники ЭДС суммируются и дают полную ЭДС самоиндукции       $E = E_1 + \sum E_v$



# Высшие гармонические магнитного поля

## Влияние высших гармонических поля возбуждения на ЭДС обмотки

В синхронных машинах поле возбуждения создается постоянным током обмотки возбуждения (или ПМ) на роторе

Все гармоники поля вращаются со скоростью ротора  $\Omega_2 = \Omega_1$

Они наводят в обмотке статора ЭДС взаимоиндукции с частотой  $f_v = \frac{p_v \Omega_2}{2\pi} = \frac{vp \cdot \Omega_1}{2\pi} = vf_1$

Результирующая ЭДС оказывается несинусоидальной

Ее действующее значение находят как  $E = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \dots E_v^2}$

Для обеспечения качества электроэнергии вводят ограничение коэффициента искажения синусоидальности (THD) – до 4%

$$k_U = \frac{\sqrt{\sum_{v \neq 1} E_{vm}^2}}{E_{1m}} \cdot 100\%$$

В генераторах

- улучшение формы поля ( $\sin$ )
- соединение обмотки в звезду ( $v \neq 3k$ )

# Улучшение формы ЭДС

## Укорочение шага обмотки

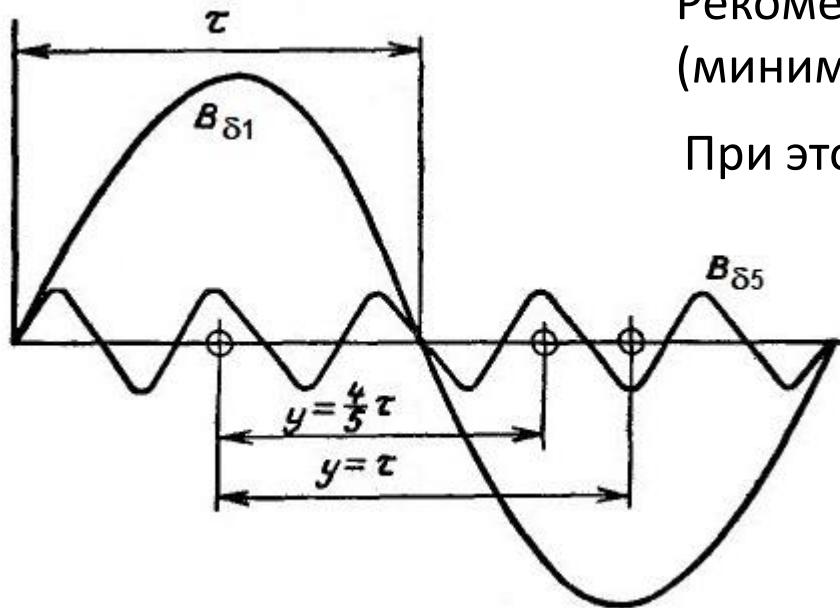
Для высших гармонических быстро уменьшается коэф-т укорочения

$$k_{yv} = \sin \frac{v\pi\beta}{2} = \sin \frac{v\pi y}{2\tau}$$

При укорочении шага на  $\tau/v$  пропадает  $v$  гармоника

Например для  $v = 5$

- при  $y = \tau$  ЭДС проводников суммируются
- при  $y = 4/5 \tau$  ЭДС проводников вз.компенсируются



При  $y = 4/5 \tau$

- $k_{y1} = 0,951; k_{y5} = 0; k_{y7} = 0,573$

При  $y = 6/7 \tau$

- $k_{y1} = 0,975; k_{y5} = 0,433; k_{y7} = 0$

Рекомендуется выбирать  $y = 0,83 \tau$   
(минимизация 5 и 7 гармоники)

При этом страдает и 1 гармоника!

# Электродвижущая сила обмотки

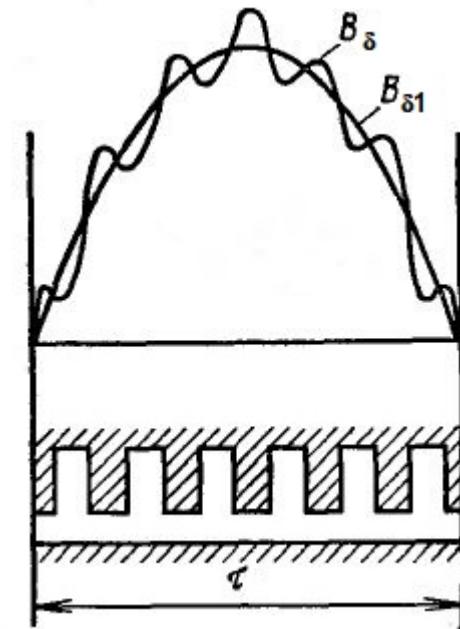
## Распределение обмотки по пазам

при увеличении  $q$  быстро уменьшается коф-т распределения

$$k_{pv} = \frac{\sin \frac{v\pi}{2m}}{q \sin \frac{v\pi}{2mq}}$$

$k_{pv}$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 4$	$q = 5$	$q = 6$
$v = 1$	0,966	0,960	0,958	0,957	0,957
$v = 5$	0,259	0,217	0,205	0,200	0,197
$v = 7$	0,259	0,177	0,158	0,149	0,145

Однако существуют гармоники  $v = 1+2mq$  [ц.ч.],  
для которых  $k_{pv} = k_{p1}$  и  $k_{yv} = k_{y1}$  (большой  $k_o$ )  
«Зубцовые» гармоники  
(у них период равен  $t_z$  или  $p_v = p + Z$  [ц.ч.])



# Электродвижущая сила обмотки

## Скос пазов

Сдвиг листов сердечника  $\rightarrow$  скос пазов (проводников)

Единая волна поля  $\rightarrow$  ЭДС участков по длине проводника

$\Delta E$  одинаковые, но смешены по фазе

$\rightarrow$  ЭДС проводника меньше суммы  $\Delta E$

Коэффициент скоса

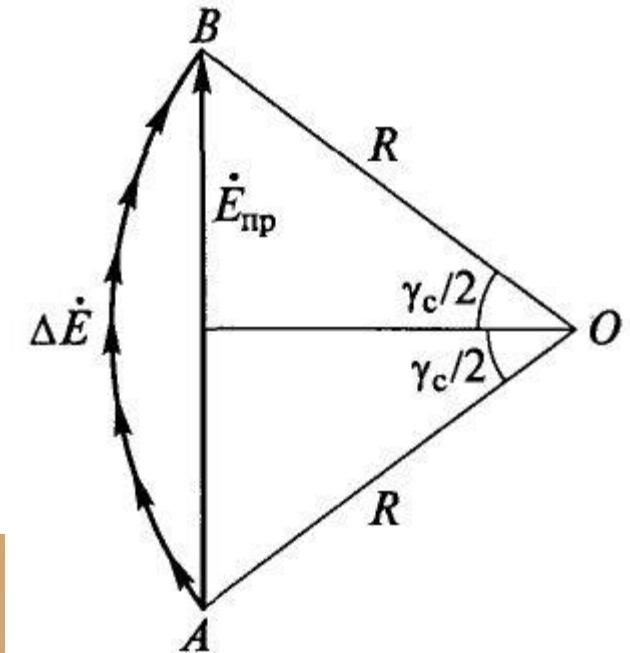
$$k_c = \frac{E_{\text{пр}}}{\sum \Delta E} = \frac{2R \sin \frac{\gamma_c}{2}}{R \gamma_c} = \frac{\sin \frac{\gamma_c}{2}}{\frac{\gamma_c}{2}}$$

## Обмоточный коэффициент

$$k_o = k_y k_p k_c$$

## Эффективное число витков

$$w_{\text{эф}} = w \cdot k_o$$



# Общие вопросы теории электромеханического преобразования энергии в электрических машинах

---

## 2.5. МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ПАРАМЕТРЫ ОБМОТОК

# Магнитные поля и параметры обмоток

## Магнитное поле ЭМ

МДС токов обмотки статора  $F_1$  и МДС токов обмотки ротора  $F_2$

→ результирующее магнитное поле:

- главное поле (взаимоиндукции)
- поле рассеяния статора (от  $F_1$ )
- поле рассеяния ротора (от  $F_2$ )

Главное поле – основная гармоника поля в зазоре

В линейной среде  $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$

Главная индуктивность фазы  $L_{AA} = \frac{\Psi_{AAm}}{\sqrt{2}I_A}$

тогда  $L_{AA} = \frac{4\mu_0}{p\pi^2} (wk_{o1})^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}$

$\Psi_{AAm} = wk_{o1} \Phi_m = \frac{2}{\pi} \tau l_\delta wk_{o1} B_{1m}$

$B_{1m} = \frac{\mu_0 F_{\phi 1m}}{\delta k_\delta} = \frac{2\sqrt{2}I_A wk_{o1} \mu_0}{\pi p \delta k_\delta}$

Главная взаимная индуктивность между фазами  $L_{BA} = \frac{\Psi_{BAm}}{\sqrt{2}I_A} = \frac{\Psi_{AAm} \cos \alpha_{BA}}{\sqrt{2}I_A} = L_{AA} \cos \alpha_{BA}$

Для 3-фазной обмотки  $L_{BA} = L_{AA} \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} L_{AA}$        $L_{CA} = L_{AA} \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} L_{AA}$

# Магнитные поля и параметры обмоток

## Главное поле

Главная индуктивность 3-фазной обмотки

– индуктивность фазы с учетом влияния других фаз

$$L_{11} = \frac{\Psi_m}{I_{Am}} = \frac{L_{AA}I_{Am} + L_{AB}I_{Bm} + L_{AC}I_{Cm}}{I_{Am}}$$

- для токов прямой и обратной последовательности  $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$

$$L_{11} = L_{AA}(1 - \cos \alpha_{AB}) = \frac{3}{2}L_{AA} = \frac{6\mu_0}{p\pi^2} \left( w k_{o1} \right)^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}$$

- для токов нулевой последовательности  $\dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C$

$$L_{11} = L_{AA} - \frac{1}{2}L_{AB} - \frac{1}{2}L_{AC} = 0$$

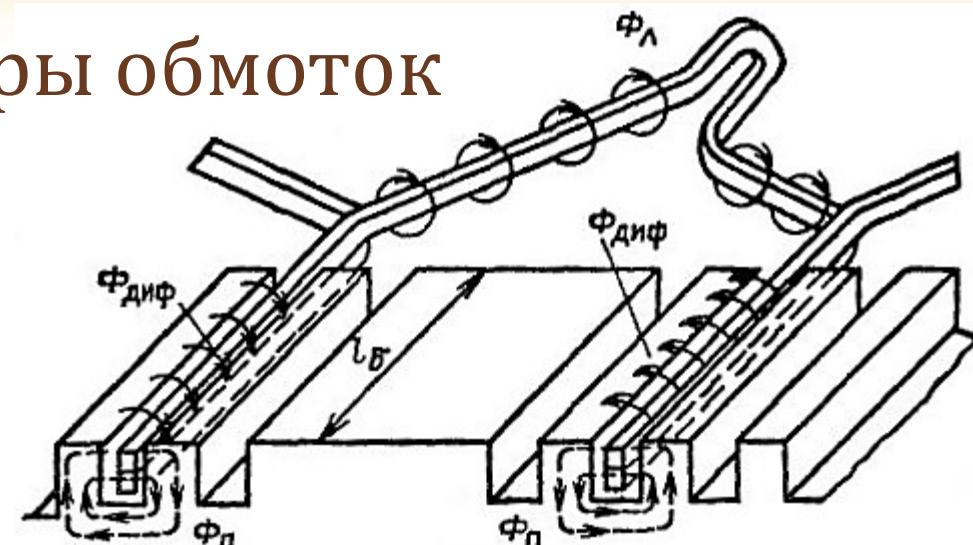
# Магнитные поля и параметры обмоток

## Поле рассеяния

- пазовое
- лобовое
- дифференциальное

Индуктивность рассеяния одной стороны катушки

$$L_{\sigma_k} = \frac{\sum \Psi_{\sigma}}{I_{Am}} = \frac{\sum N_{\pi} \Phi_{\sigma}}{I_{Am}} = N_{\pi} \frac{\sum F_{Am} \Lambda_{\sigma}}{I_{Am}} = N_{\pi} \frac{\sum N_{\pi} I_{Am} \Lambda_{\sigma}}{I_{Am}} = N_{\pi}^2 \sum \Lambda_{\sigma}$$



$N_{\pi}$  – число проводников в пазу  
( $N_{\pi} = 2w_k$  или  $N_{\pi} = w_k$ )

Фаза обмотки расположена в  $2pq$  пазах, но разбита на  $a$  параллельных ветвей

Индуктивность одной параллельной ветви  $L_{\sigma a} = N_{\pi}^2 \Lambda_{\Sigma\sigma} \cdot 2 \frac{pq}{a}$

Индуктивность фазы из  $a$  параллельных ветвей

$$L_{\sigma} = \frac{1}{a} N_{\pi}^2 \Lambda_{\Sigma\sigma} 2 \frac{pq}{a}$$

Число витков фазы  $w = w_k \frac{2pq}{a} = \frac{N_{\pi}}{2} \frac{2pq}{a} = N_{\pi} \frac{pq}{a}$

В однослойной обмотке  $w = w_k \frac{pq}{a} = N_{\pi} \frac{pq}{a}$

Тогда индуктивность рассеяния фазы  $L_{\sigma} = 2w^2 \frac{1}{pq} \Lambda_{\Sigma\sigma}$  или  $L_{\sigma} = 2w^2 \frac{\mu_0 l_d}{pq} \lambda_{\sigma}$

Для двухслойной обмотки  $\lambda_{\sigma_{\text{сп}}}$  должен учитывать укорочение шага катушки

где  $\lambda_{\sigma} = \lambda_{\sigma_{\text{сп}}} + \lambda_{\sigma_{\text{сл}}} + \lambda_{\sigma_{\text{од}}}$   
– коэффициент проводимости

Расчет  $\lambda_{\sigma}$  – Проектирование ЭМ,  
под. ред. И.П.Копылова