

# ТРАНСФОРМАТОРЫ

Схема замещения  
трансформатора

# Схема замещения трансформатора

Электрическая цепь, описываемая теми же уравнениями, что и обмотки реального тр-ра (эквивалентная модель полного входного сопротивления фазы тр-ра)

ЭДС  $E_1 = E'_2$  наводится потоком  $\Phi$ , который создается реакт. составляющей тока  $I_{12}$   
→ введем коэф-т пропорциональности  
(с учетом отставания ЭДС)

$$\dot{E}_1 = \dot{E}'_2 = -j\dot{I}_{12}x_{12} = -\dot{I}_{12}Z_{12}$$

- $x_{12}$  – индуктивное сопротивление взаимной индукции (определяется потоком взаимной индукции)
- $Z_{12} = jx_{12}$  – полное сопротивление

С учетом выражения для напряжения нагрузки

$$\dot{U}'_2 = \dot{I}'_2 Z'_{\text{H}}$$
 перепишем уравнения тр-ра

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_1 \\ \dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - \dot{I}'_2 Z'_2 \\ \dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_{12} Z_{12} + \dot{I}_1 Z_1 \\ \dot{I}'_2 Z'_{\text{H}} = -\dot{I}_{12} Z_{12} - \dot{I}'_2 Z'_2 \\ \dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_{12} \end{cases}$$

Выразим  $U_1$  через  $I_1$

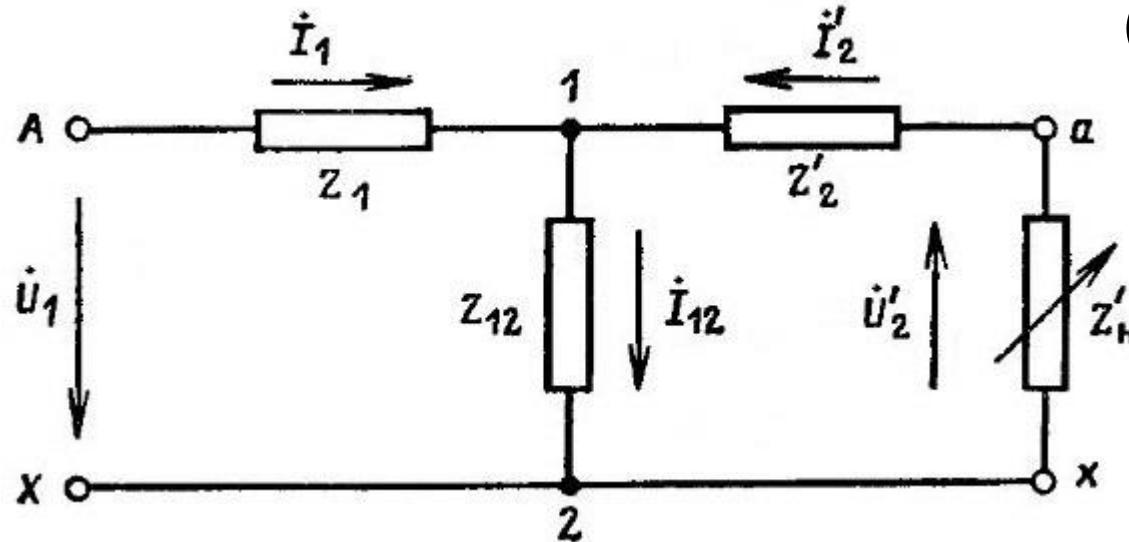
$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \left[ Z_1 + \frac{Z_{12} \cdot (Z'_{\text{H}} + Z'_2)}{Z_{12} + (Z'_{\text{H}} + Z'_2)} \right] = \dot{I}_1 Z_{\text{bx}}$$

Входное сопротивление  $Z_{\text{bx}} = Z_1 +$   
параллельное соединение  
 $Z_{12}$  и  $(Z'_{\text{H}} + Z'_2)$

# Схема замещения трансформатора

Цель – модель входного сопротивления фазы

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \left[ Z_1 + \frac{Z_{12} \cdot (Z'_h + Z'_2)}{Z_{12} + (Z'_h + Z'_2)} \right] = \dot{I}_1 Z_{\text{вх}}$$



Вместо индуктивной связи введена электрическая  
→ легко рассчитать цепь для любой нагрузки  
(задаваясь  $Z'_h$  найти токи и потери в тр-ре)

A – 1: ветвь первичной обмотки

a – 1: ветвь вторичной обмотки

1 – 2 : ветвь намагничивания

$$-\dot{I}_{12} Z_{12} = \dot{E}_1 = \dot{E}'_2$$

Контур A – 1 – 2 – X: уравнение первичной обмотки

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_{12} Z_{12} + \dot{I}_1 Z_1$$

Контур a – 1 – 2 – x: уравнение вторичной обмотки

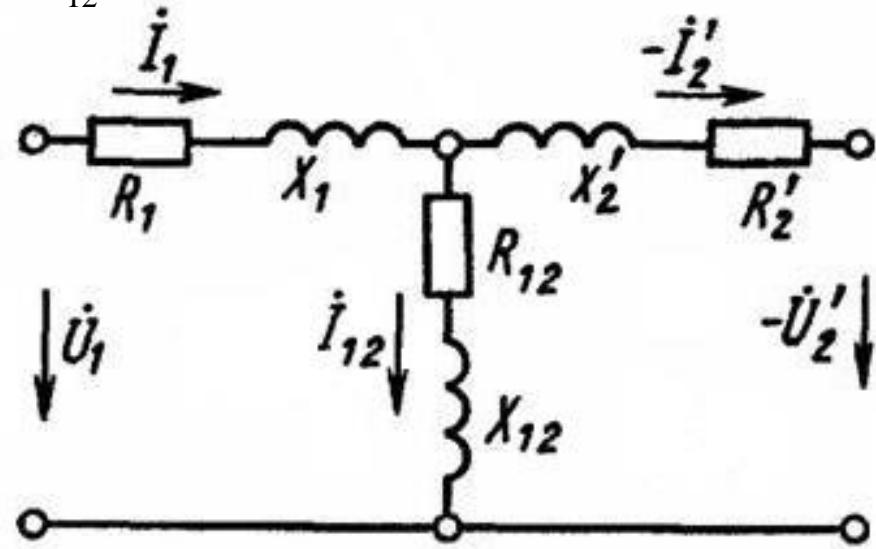
$$\dot{I}'_2 Z'_h + \dot{I}'_2 Z'_2 + \dot{I}_{12} Z_{12} = 0 \rightarrow \dot{U}'_2 = -\dot{I}_{12} Z_{12} - \dot{I}'_2 Z'_2$$

Узел 1 (2) – сумма токов  $\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_{12}$

# Схема замещения трансформатора

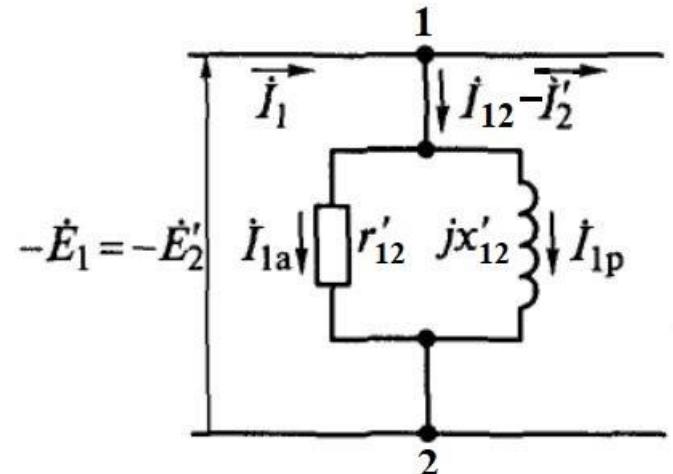
Учет потерь в стали трансформатора – фиктивное активное сопротивление  $r_{12}$  в ветви 12 такое, чтобы эл.потери в нем ( $I^2r$ ) от намагничивающего тока равнялись реальным потерям в стали трансформатора

Здесь  $r_{12} = \frac{P_{\text{ст}}}{mI_{12}^2}$  Тогда в схеме замещения  $Z_{12} = r_{12} + jx_{12}$



$$Z_{12} = \frac{r'_{12} \cdot jx'_{12}}{r'_{12} + jx'_{12}} = \frac{r'_{12} \cdot jx'_{12} (r'_{12} - jx'_{12})}{(r'_{12} + jx'_{12})(r'_{12} - jx'_{12})} = \frac{r'_{12} x'^2_{12} + j r'^2_{12} x'_{12}}{r'^2_{12} + x'^2_{12}} = r_{12} + jx_{12}$$

Иногда в ветви 12 используют параллельное соединение



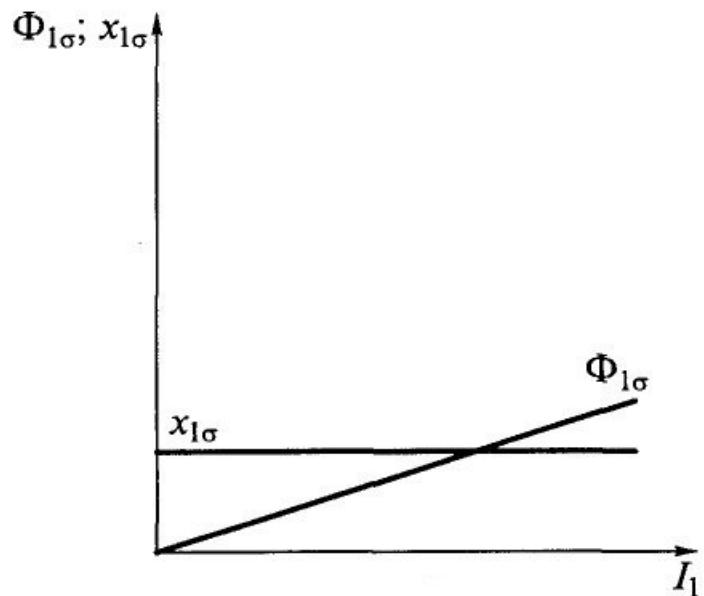
$$\text{Здесь } r'_{12} = \frac{P_{\text{ст}}}{mI_{1a}^2} \quad I_{1a} = \frac{E_1}{r'_{12}} \quad I_{1p} = \frac{E_1}{x'_{12}}$$

# Схема замещения трансформатора

## Параметры трансформатора

$$\begin{aligned} Z_1 &= r_1 + jx_1 && \text{– сопротивления обмоток} \\ Z'_2 &= r'_2 + jx'_2 && \begin{aligned} &\bullet \text{ не зависят от } U \text{ и } I \\ &\bullet Z_1 \approx Z'_2 \quad x \gg r \end{aligned} \end{aligned}$$

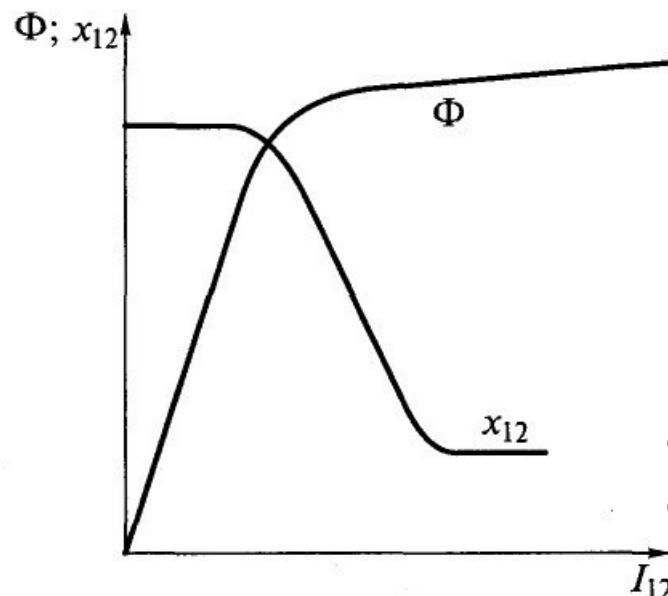
Потоки рассеяния замыкаются по воздуху



Сопротивление ветви намагничивания зависит от  $U_1$

$$x_{12} \approx Z_{12} = \frac{E_1}{I_{12}} \approx \frac{U_1}{I_{12}} \quad r_{12} = \frac{P_{\text{ст}}}{mI_{12}^2} \sim \left( \frac{U_1}{I_{12}} \right)^2$$

Поток взаимоиндукции замыкается по стали  
→ влияние насыщения (нелинейность)



С ростом  $U_1$  растет  $\Phi$ ,  
но  $I_{12}$  растет быстрее

Величина  $x_{12}$  зависит  
от степени насыщения  
стали тр-ра

# Схема замещения трансформатора

## Параметры трансформатора

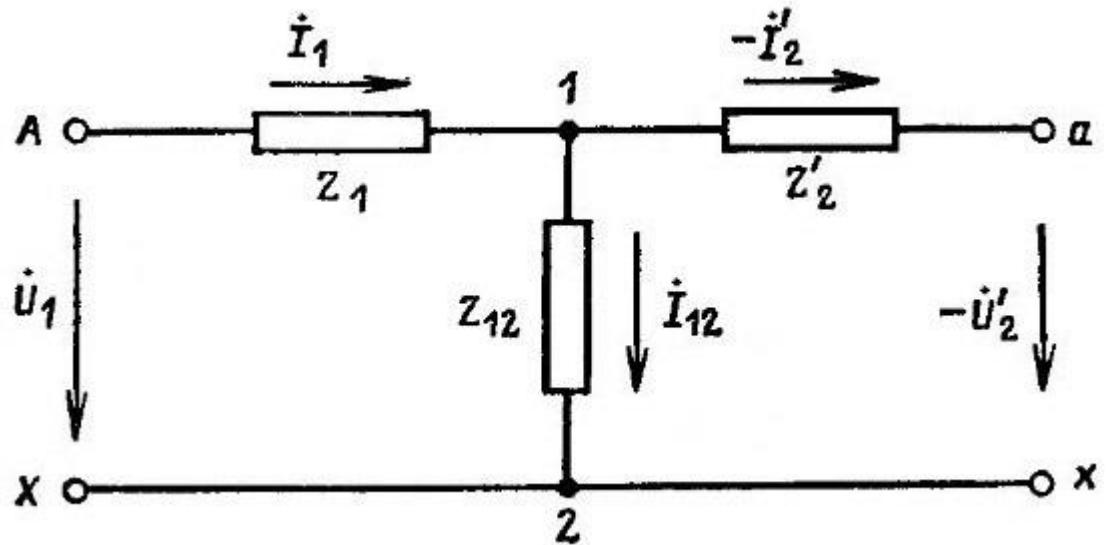
Для сравнения разных тр-ров удобно использовать систему относительных единиц:

$$\text{сопротивление [о.е.]} = \frac{\text{сопротивление [Ом]}}{\text{базовое сопротивление [Ом]}}$$

Базовое сопротивление  $Z_6 = \frac{U_{1\text{H}}}{I_{1\text{H}}}$  (фазные)

В современных силовых трансформаторах:

- $Z_{12*} = 10 \dots 300$
- $x_{12*} = 10 \dots 300$
- $r_{12*} = 5 \dots 60$
- $Z_{1*} \approx Z'_{2*} = 0,015 \dots 0,07$
- $x_{1*} \approx x'_{2*} = 0,015 \dots 0,07$
- $r_{1*} \approx r'_{2*} = 0,0012 \dots 0,012$



# Индуктивные сопротивления

Индуктивные параметры определяются геометрией магнитной системы и магнитной проницаемостью материала  $\mu = \mu_r \mu_0$  ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м) → расчет магнитной цепи

Рассмотрим однофазный тр-р с постоянным сечением магнитопровода

По закону полного тока  $\oint H dl = \Sigma I_{\text{окв}}$

Для участков равномерного поля с  $H = \text{const}$   $\sum H_i \Delta l_i = F_{12}$

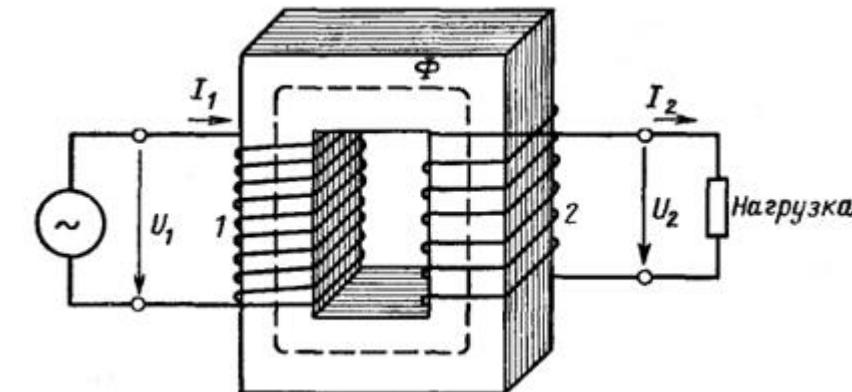
Если  $S_{\text{ст}} = \text{const}$ , то на всей длине магнитопровода  $l_{\text{ст}}$  напряженность  $H = \text{const}$

Тогда  $Hl_{\text{ст}} = F_{12}$  или  $\frac{B}{\mu} l_{\text{ст}} = F_{12}$  т.е.  $\frac{\Phi}{\mu S_{\text{ст}}} l_{\text{ст}} = F_{12} \rightarrow \Phi R_\mu = F_{12}$

Закон Ома для магнитной цепи

Аналитический расчет магнитной цепи на основе прямой аналогии:

ток  $I \rightarrow$  поток  $\Phi$ ; ЭДС  $E \rightarrow$  МДС  $F$ ; сопротивление  $R \rightarrow$  магнитное сопротивление  $R_\mu = \frac{l_{\text{ст}}}{\mu S_{\text{ст}}}$   
Напряжение?  $U = \Phi_2 - \Phi_1 \rightarrow U_\mu = \Phi_{\mu 2} - \Phi_{\mu 1} = H_i \Delta l_i$  ( $\Phi_\mu$  – скалярный магнитный потенциал)



# Индуктивные сопротивления

Индуктивные параметры определяются геометрией магнитной системы и магнитной проницаемостью материала  $\mu = \mu_r \mu_0$  ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м)  $\rightarrow$  расчет магнитной цепи

Принято использовать понятие магнитной проводимости  $\Lambda_\mu = \frac{1}{R_\mu} = \frac{\mu S_{ct}}{l_{ct}}$   
Тогда закон Ома для магнитной цепи  $\Phi = F_{12} \Lambda_\mu$

Индуктивное сопротивление взаимоиндукции определяется  $\mu$  и размерами магнитопровода

$$x_{12} = \omega L_{12} = \omega \frac{\Psi_1}{I_{12}} = \omega \frac{\Phi w_1}{I_{12}} = \omega \frac{F_{12} \Lambda_\mu}{I_{12}} w_1 = \omega \frac{I_{12} w_1}{I_{12}} \Lambda_\mu w_1 = \omega w_1^2 \Lambda_\mu = 2\pi f w_1^2 \frac{\mu S_{ct}}{l_{ct}} \quad (\text{где } \mu = \mu_r \cdot \mu_0)$$

Аналогично  $x_1 = \omega w_1^2 \Lambda_{\sigma 1}$   
 $x_2 = \omega w_2^2 \Lambda_{\sigma 2}$  Но вне магнитопровода  $\mu = \mu_0$  и  $\Lambda_\sigma = \text{const}$

# Индуктивные сопротивления

Сталь имеет нелинейную кривую намагничивания  $B = \mu\mu_0 H \rightarrow B = f(H)$

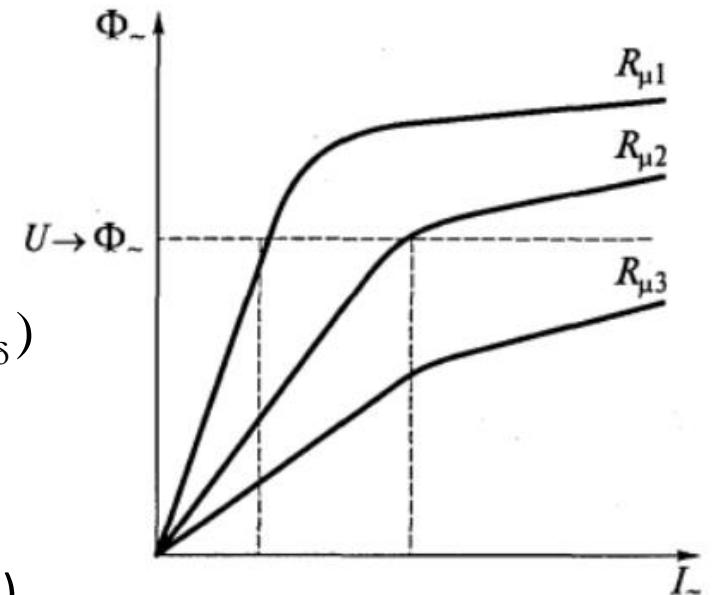
Для конкретного магнитопровода с  $S_{ct}$  и  $I_{ct}$   
магнитная цепь характеризуется кривой намагничивания

$$BS_{ct} = f(Hl_{ct}) \rightarrow \Phi = f(I_{12})$$

Для магнитопровода с большим  $R_{\mu 2}$  кривая проходит ниже

Для магнитопровода с немагнитным зазором  $R_{\mu 3}$  еще больше  
и кривая проходит еще ниже

$$\oint Hdl = I_{12}w_1 \rightarrow H_{ct}l_{ct} + H_\delta\delta = \frac{\Phi}{\mu_r\mu_0 S_{ct}}l_{ct} + \frac{\Phi}{\mu_0 S_{ct}}\delta = \Phi(R_{\mu ct} + R_{\mu\delta})$$



Особенность магнитной цепи переменного тока:

Поскольку  $\Phi$  определяется только величиной  $U_1$  ( $U_1 \approx E_1 = 4,44fw\Phi$ ),  
то при разных  $R_\mu$  потребуется разный намагничивающий ток  $I_{12}$   
Т.е. одна обмотка на сердечниках с разным  $R_\mu$  имеет разные  $x_{12}$

Также повышение  $U$  приводит к сильному возрастанию  $I_{12}$

# Индуктивные сопротивления

Сталь имеет нелинейную кривую намагничивания  $B = \mu\mu_0 H \rightarrow B = f(H)$

Для конкретного магнитопровода с  $S_{ct}$  и  $I_{ct}$   
магнитная цепь характеризуется кривой намагничивания

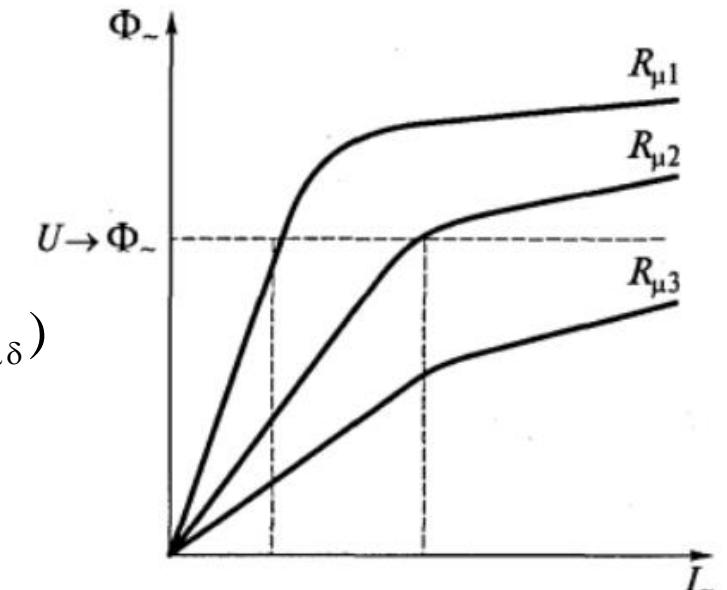
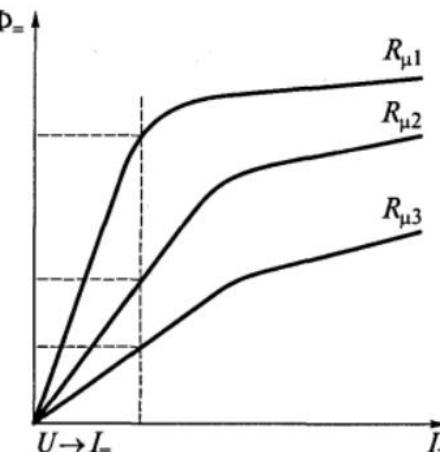
Для магнитопровода с большим  $R_{\mu 2}$  кривая проходит ниже

Для магнитопровода с немагнитным зазором  $R_{\mu 3}$  еще выше  
и кривая проходит еще ниже

$$\oint Hdl = I_{12}w_1 \rightarrow H_{ct}l_{ct} + H_\delta \delta = \frac{\Phi}{\mu_r \mu_0 S_{ct}} l_{ct} + \frac{\Phi}{\mu_0 S_{ct}} \delta = \Phi(R_{\mu ct} + R_{\mu \delta})$$

Для цепи постоянного тока:

Поток  $\Phi$  определяется током  
( $I = U/r = \text{const}$ )  
и  $R_\mu$  магнитопровода



# Опыт короткого замыкания трансформатора

КЗ ( $U_2 = 0$ ) – аварийный режим работы

Опыт КЗ проводят при  $U_1 = 3\dots15\% U_{1H}$  ( $I_2 \leq I_{2H}$ )

При этом сильно снижается  $\Phi$  и  $I_{12}$  ( $I_{12} \approx 0$ )

Уравнения трансформатора при КЗ

$$\dot{U}_{1K} = -\dot{E}_{1K} + \dot{I}_{1K} Z_1;$$

$$0 = \dot{E}'_{2K} - \dot{I}'_{2K} Z'_2;$$

$$\dot{I}_{1K} + \dot{I}'_{2K} = 0.$$

Токи обмоток  $\dot{I}_{1K} = -\dot{I}'_{2K}$

Наводимые ЭДС  $\dot{E}'_{2K} (= \dot{E}_{1K}) = \dot{I}'_{2K} Z'_2 = -\dot{I}_{1K} Z'_2$

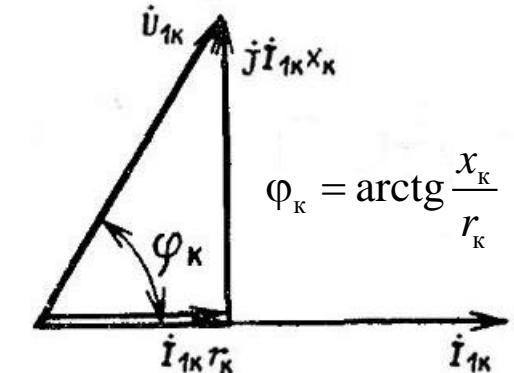
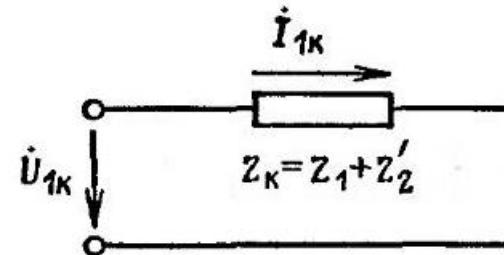
Тогда в первичной цепи  $\dot{U}_{1K} = \dot{I}_{1K}(Z_1 + Z'_2)$

т.к.  $Z_1 \approx Z'_2$  и  $\dot{U}_{1K} \approx 2\dot{I}_{1K} Z'_2$  то  $\dot{E}_{1K} \approx \dot{U}_{1K}/2$

Сопротивление короткого замыкания

$$Z_K = Z_1 + Z'_2 = (r_1 + r'_2) + j(x_1 + x'_2)$$

Схема замещения и векторная диаграмма



С ростом мощности  $x_K$  растет,  $r_K$  уменьшается

# Опыт короткого замыкания трансформатора

Напряжение КЗ  $u_k = \% \text{ от } U_{1H}$  при  $I_k = I_H$

$$u_{k,a} = u_k \cos \varphi_k = \frac{I_{1H} r_k}{U_{1H}} \cdot 100\%$$

$$u_k = 4...15\%$$

$$u_{k,p} = u_k \sin \varphi_k = \frac{I_{1H} x_k}{U_{1H}} \cdot 100\%$$

В относительных единицах  $Z_{k^*} = \frac{Z_k}{Z_6} = \frac{I_{1H} Z_k}{U_{1H}} = \frac{U_{1K}}{U_{1H}} = u_{k^*}$

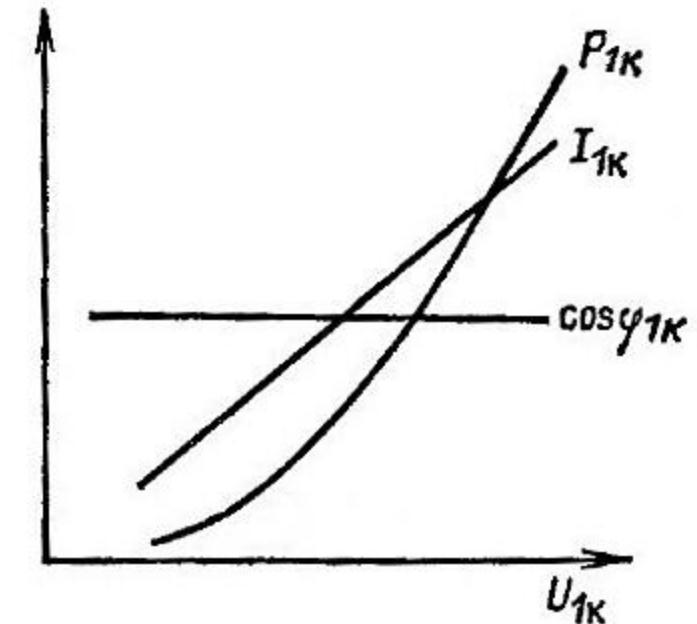
$$u_{k,a^*} = r_{k^*}; u_{k,p^*} = x_{k^*}.$$

## Потери короткого замыкания

- электрические основные ( $I^2 r$ ) – в обмотках
  - электрические добавочные (от вихр.токов) – в обмотках, конструктивных элементах, баке – учитывают через увеличение  $r$  (1,05...1,15)
  - магнитные – пренебрежимо малы ( $U_1$  мало,  $E_{1K} \approx 0,5 U_{1K}$  →  $\Phi_k$  меньше  $\Phi_H$  в 14...60 раз)
- $P_k = 0,4...4\% \text{ от } P_H$  (но в 2,5...6 раз больше  $P_0$ )

Характеристики короткого замыкания:

$U_{1K}$  от 0 до  $U$ , при котором  $I_{1K} = I_{1H}$  (и  $I_{2K} = I_{2H}$ )

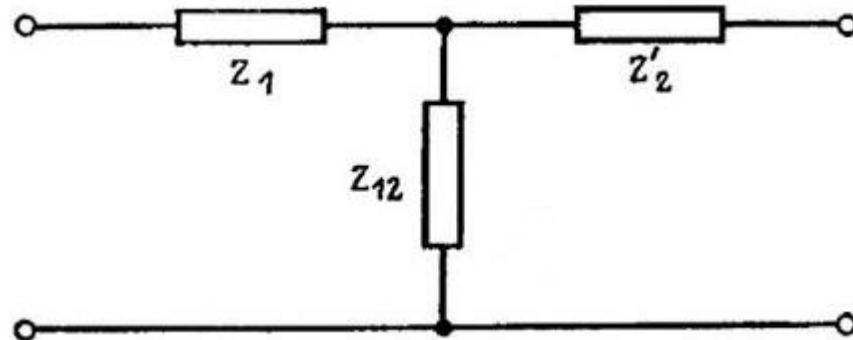


Т.к.  $Z_k = \text{Const}$ , то  $I_{1K} = U_{1K}/Z_{1K} \sim U_{1K}$  (линейно)

потери  $P_k = m I_{1K}^2 r_k \sim U_{1K}^2$

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k}{m U_{1K} I_{1K}} \sim \frac{U_{1K}^2}{U_{1K}^2} = \text{Const}$$

# Определение параметров трансформатора



Расчетное определение сопротивлений:

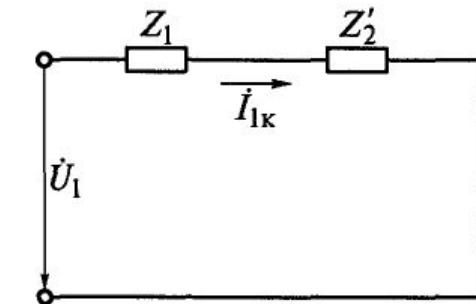
- $r_1, r_2$  – проводники,  $75^{\circ}\text{C}$ , учет доб.потерь
- $r_{12}$  – учет магнитных потерь
- индуктивные сопротивления  $x = \omega L, L = \Psi/I$
- $x_1, x_2$  – потоки рассеяния
- $x_{12}$  – поток взаимоиндукции

Опытное определение сопротивлений

Опыт КЗ

$$Z_k = Z_1 + Z'_2$$

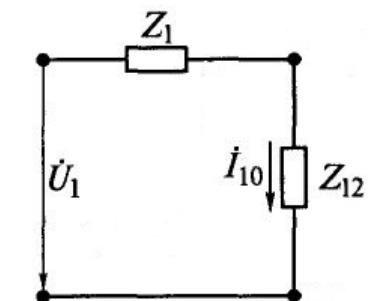
$$Z_1 \approx Z'_2 \rightarrow Z_k / 2$$



$$Z_k = \frac{U_{1\text{л}}}{\sqrt{3}I_{1\text{k}}}; \quad r_k = \frac{P_k}{3I_{1\text{k}}^2}; \quad x_k = \sqrt{Z_k^2 - r_k^2}.$$

Опыт ХХ

$$Z_0 \approx Z_{12} \quad (Z_1 \text{ мало})$$



$$Z_0 = \frac{U_{1\text{л}}}{\sqrt{3}I_0}; \quad r_0 = \frac{P_0}{3I_0^2}; \quad x_0 = \sqrt{Z_0^2 - r_0^2}.$$