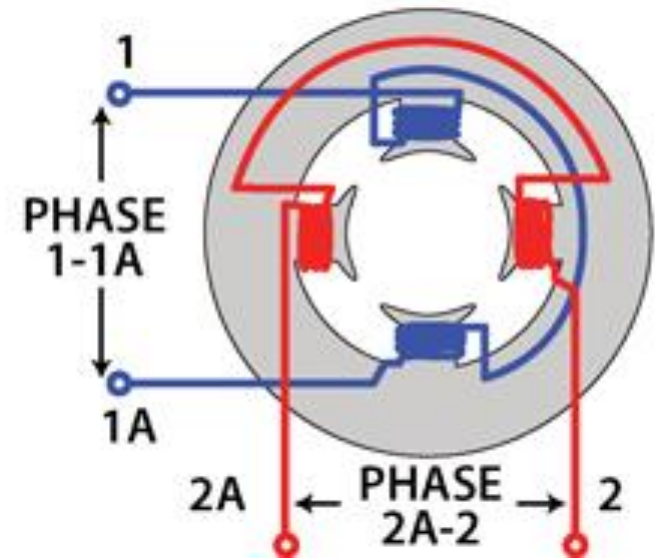


Двухфазные асинхронные машины

Теория и расчет



Магнитодвижущие силы несимметричных электрических машин

Двухфазная
несимметричная обмотка

Симметричная / несимметричная машина

Классическая теория ЭМ рассматривает симметричную электрическую машину

» Конструктивная симметрия

- Оси фаз статора смещены в пространстве на эл.угол $\pi/2$ при $m = 2$ (или на $2\pi/3$ при $m = 3$)
- Одинаковое число эффективных витков фаз $w_A = w_B$
- Одинаковое число одинаковых пазов на фазу $N_{zA} = N_{zB}$
- Одинаковый провод в фазе $d_A = d_B$
- Одинаковые сопротивления фаз $r_A = r_B, x_A = x_B, Z_A = Z_B$

Нарушение любого условия ведет к конструктивной несимметрии

» Симметричное питание

- Напряжения фаз равны по амплитуде $|U_A| = |U_B|$
- Напряжения фаз сдвинуты во времени на эл.угол $\pi/2$ при $m = 2$ (или на $2\pi/3$ при $m = 3$)

Нарушение любого условия ведет к несимметричному питанию

Симметричная ЭМ имеет круговое вращающееся поле в зазоре, для которого разработана теория и уравнения

Симметричная / несимметричная машина

Микромашины, как правило, несимметричны

- » по конструктивному исполнению
- » из-за несимметричного питания
- » и то и другое одновременно

Особенность микромашин – питание от однофазной сети

При этом сами машины имеют многофазную обмотку

Рассмотрим:

- » Теория двухфазных асинхронных машин
 - электрическая несимметрия (питание и обмотки) при симметричном магнитопроводе
- » Теория синхронных машин
 - магнитная несимметрия (явнополюсность ротора) при воздействии кругового поля

Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Метод круговых вращающихся полей – для анализа произвольной несимметрии

Рассмотрим распределенную фазную обмотку переменного тока

при протекании по фазе переменного тока $i = \sqrt{2}I_{\phi} \cos \omega t$

фаза образует магнитодвижущую силу $f_{\phi 1} = F_{\phi 1m} \cos \frac{\pi x}{\tau} \cos \omega t$

создающую переменное (пульсирующее) магнитное поле

Амплитуда основной гармоники МДС $F_{\phi 1m} = \frac{2\sqrt{2}I_{\phi} w_{\phi} k_{об}}{\pi p}$

где I_{ϕ} – действующее значение тока фазы

w_{ϕ} – число витков фазы

$k_{об}$ – обмоточный коэффициент основной гармоники

p – число пар полюсов фазы (обмотки)

МДС (и пульсирующее магнитное поле) направлены по оси фазы

Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Разложим пульсирующую МДС на прямую F_1 и обратную F_2 составляющие:

- » имеют одинаковые амплитуды $F_{\phi 1m} / 2$
- » вращаются в пространстве с одинаковой угловой скоростью $\Omega = \omega / p$
- » вращаются в противоположные стороны

Та составляющая, что вращается в сторону вращения ротора,
– **прямая** составляющая F_1

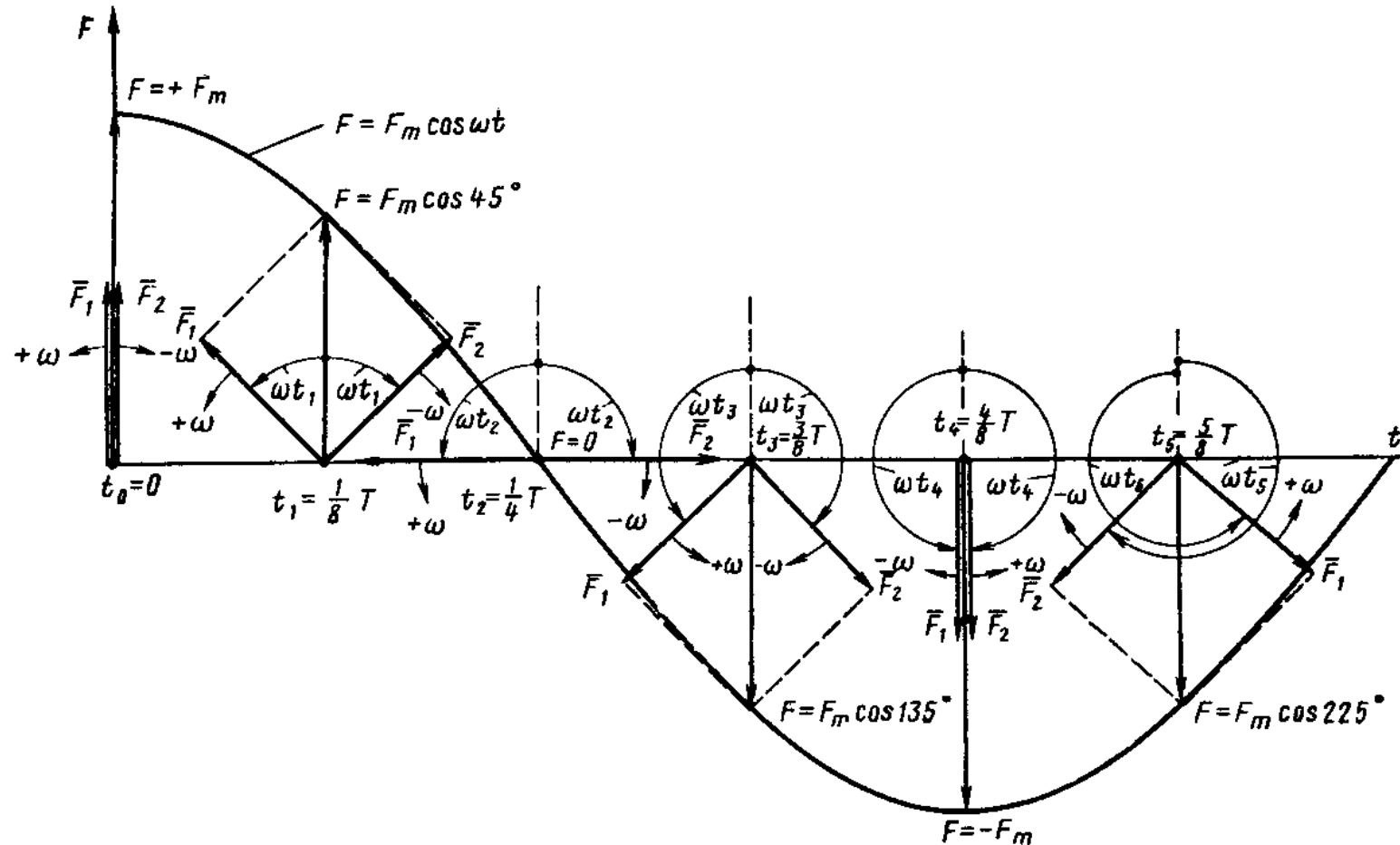
Тогда F_2 – **обратная** составляющая

В любой момент времени геометрическая сумма вращающихся МДС F_1 и F_2
равна исходной пульсирующей МДС

$$f_{\phi 1} = F_1 + F_2 = \frac{F_{\phi 1m}}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) + \frac{F_{\phi 1m}}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau}\right)$$

Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Рассмотрим значения МДС через 1/8 периода (45°)



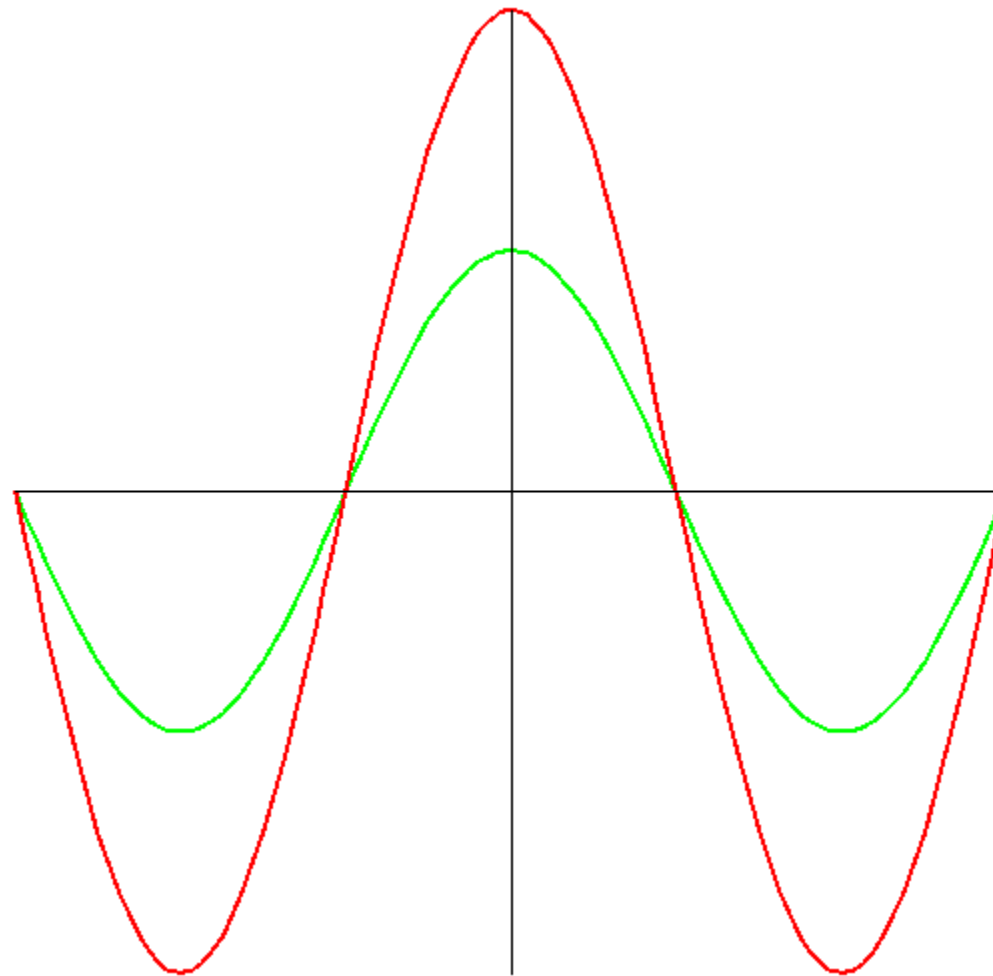
Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Изменение МДС во времени



Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Изменение МДС в пространстве



ЭМАУ

Ширинский С.В., каф.ЭМЭА, НИУ «МЭИ»

МДС двухфазной несимметричной обмотки

Микромашины, как правило, имеют двухфазную обмотку

Рассмотрим 2-фазную ЭМ с обмотками A и B

- сдвинутыми в пространстве на угол θ
- имеющими разные числа витков $w_A \neq w_B$

По обмоткам протекают гармонические токи i_A и i_B

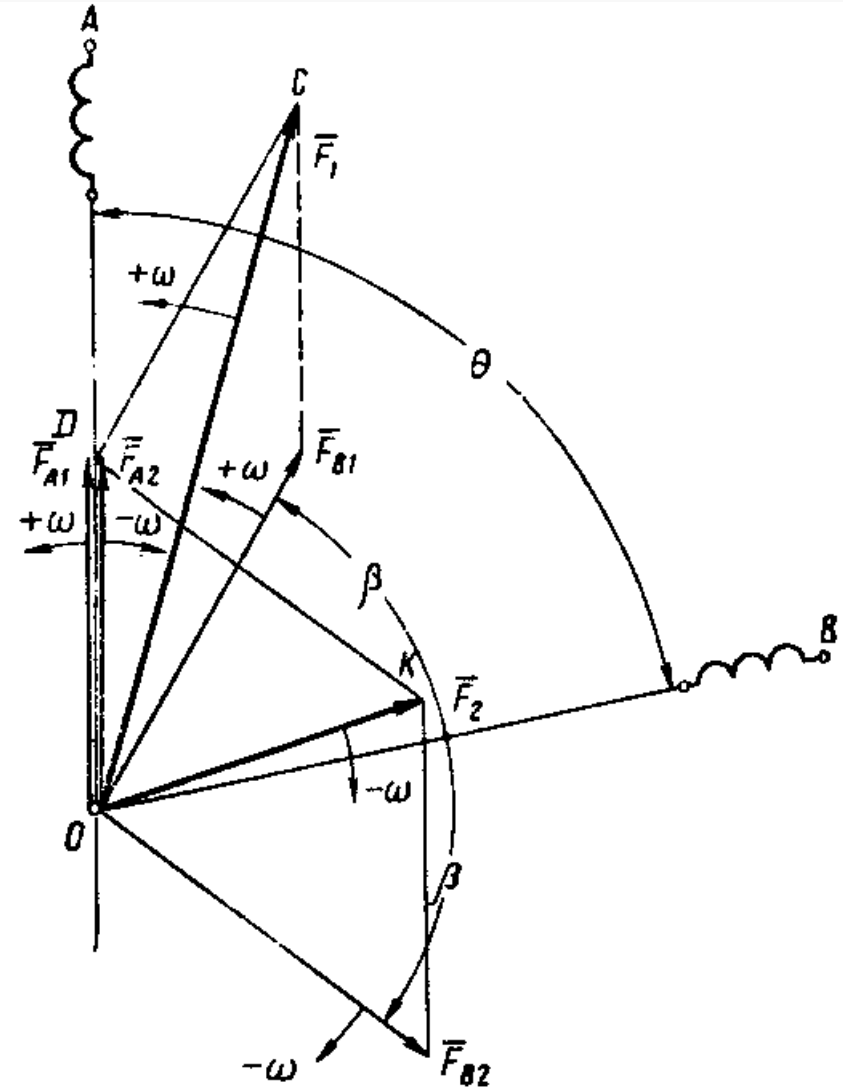
- разные по величине $I_{Am} \neq I_{Bm}$
- сдвинутые во времени на угол β

$$i_A = \sqrt{2}I_A \cos \omega t \quad i_B = \sqrt{2}I_B \cos(\omega t + \beta)$$

Магнитодвижущие силы фазных обмоток

$$F_A = F_{Am} \cos \frac{\pi x_A}{\tau} \cos \omega t \quad F_B = F_{Bm} \cos \frac{\pi x_B}{\tau} \cos(\omega t + \beta)$$

Каждая МДС – пульсирующая по оси фазы



МДС двухфазной несимметричной обмотки

Каждую [пульсирующую] МДС разложим на прямую и обратную [вращающиеся] составляющие

$$\bar{F}_A = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{A2} \quad \bar{F}_B = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2}$$

На рисунке при $t = 0$

$$F_A = F_{Am} \rightarrow \text{составляющие } F_{A1} + F_{A2}$$

$$F_B = F_{Bm} \cos\beta \rightarrow \text{составляющие } F_{B1} + F_{B2}$$

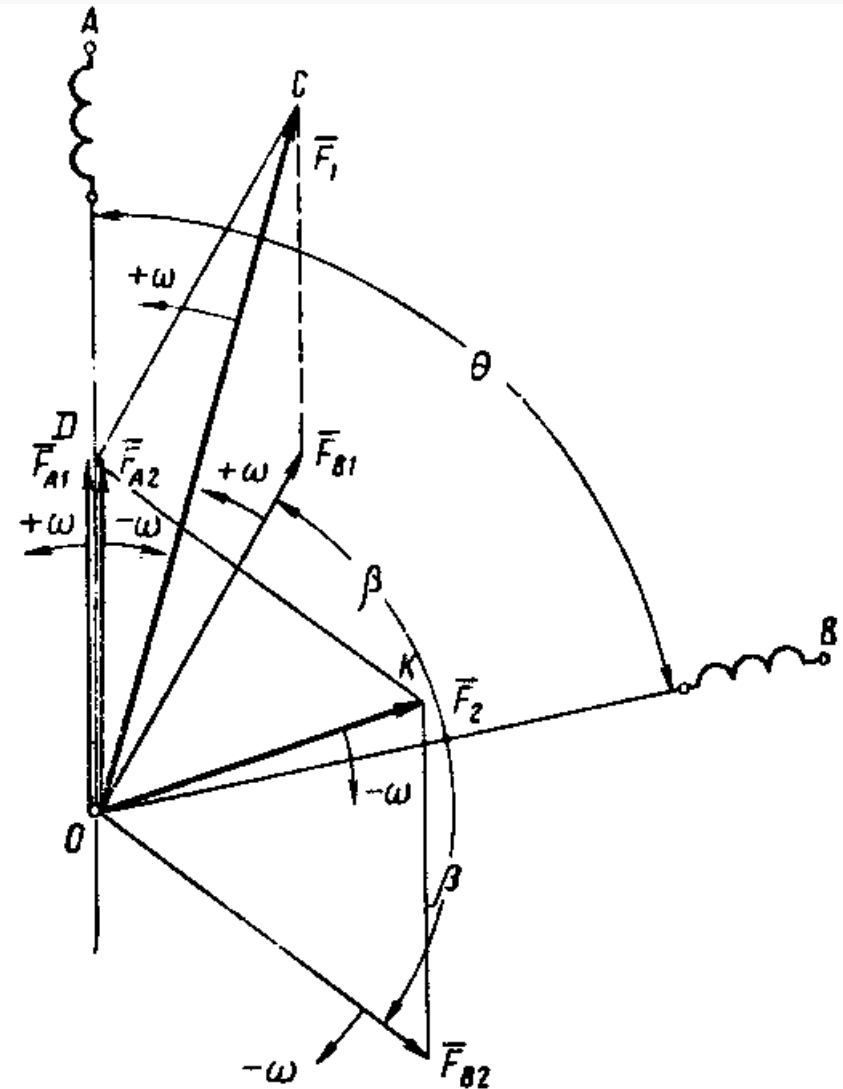
Рассмотрим прямые и обратные составляющие отдельно

F_{A1} и F_{B1} вращаются со скоростью $+\omega$
 \rightarrow прямая составляющая F_1

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{B1}$$

F_{A2} и F_{B2} вращаются со скоростью $-\omega$
 \rightarrow обратная составляющая F_2

$$\bar{F}_2 = \bar{F}_{A2} + \bar{F}_{B2}$$



МДС двухфазной несимметричной обмотки

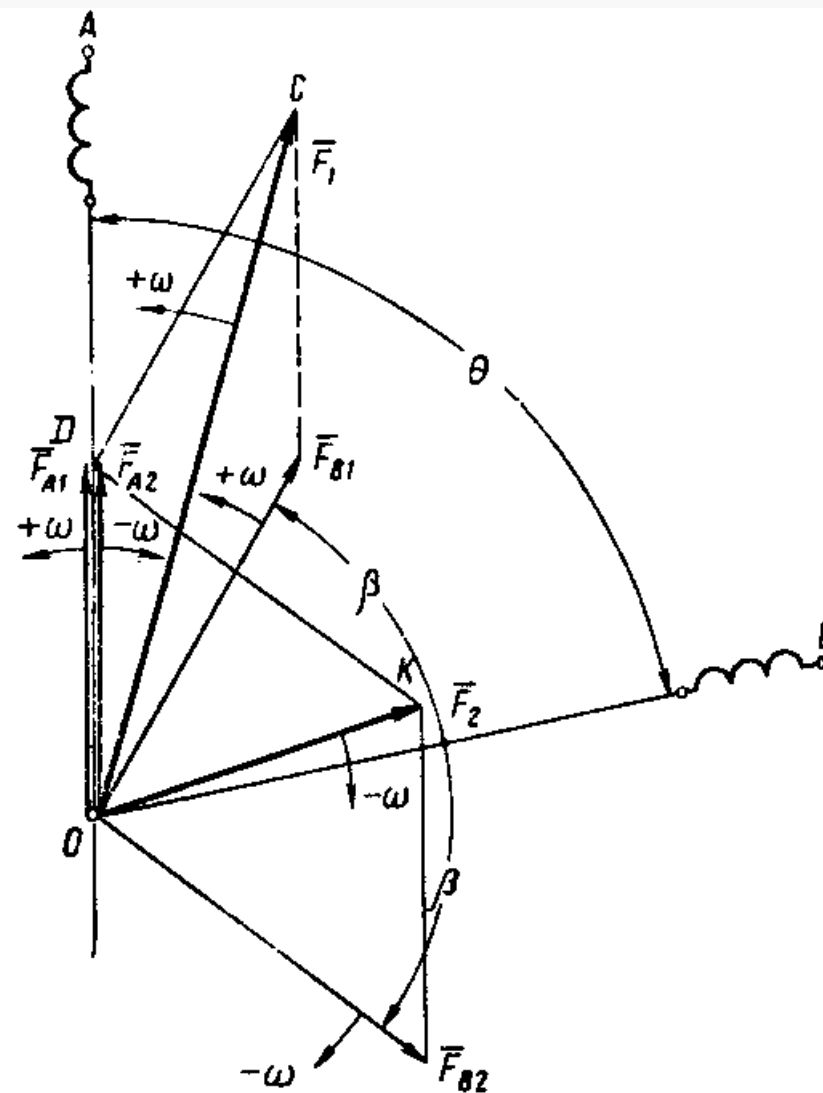
Найдем МДС прямой последовательности F_1
из треугольника ODC

$$F_1 = OC = \sqrt{OD^2 + DC^2 - 2 \cdot OD \cdot DC \cdot \cos \angle ODC}$$

Здесь $\angle ODC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - (\theta - \beta)$
 $\cos \angle ODC = \cos(180^\circ - (\theta - \beta)) = -\cos(\theta - \beta)$

Кроме того $OD = F_{A1} = F_{Am} / 2$
 $DC = F_{B1} = F_{Bm} / 2$

Таким образом $F_1 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta - \beta)}$



МДС двухфазной несимметричной обмотки

Аналогично найдем МДС обратной последовательности F_2 из треугольника ODK

$$F_2 = OK = \sqrt{OD^2 + DK^2 - 2 \cdot OD \cdot DK \cdot \cos \angle ODK}$$

Здесь $\angle ODK = 180^\circ - \angle ADK = 180^\circ - (\theta + \beta)$

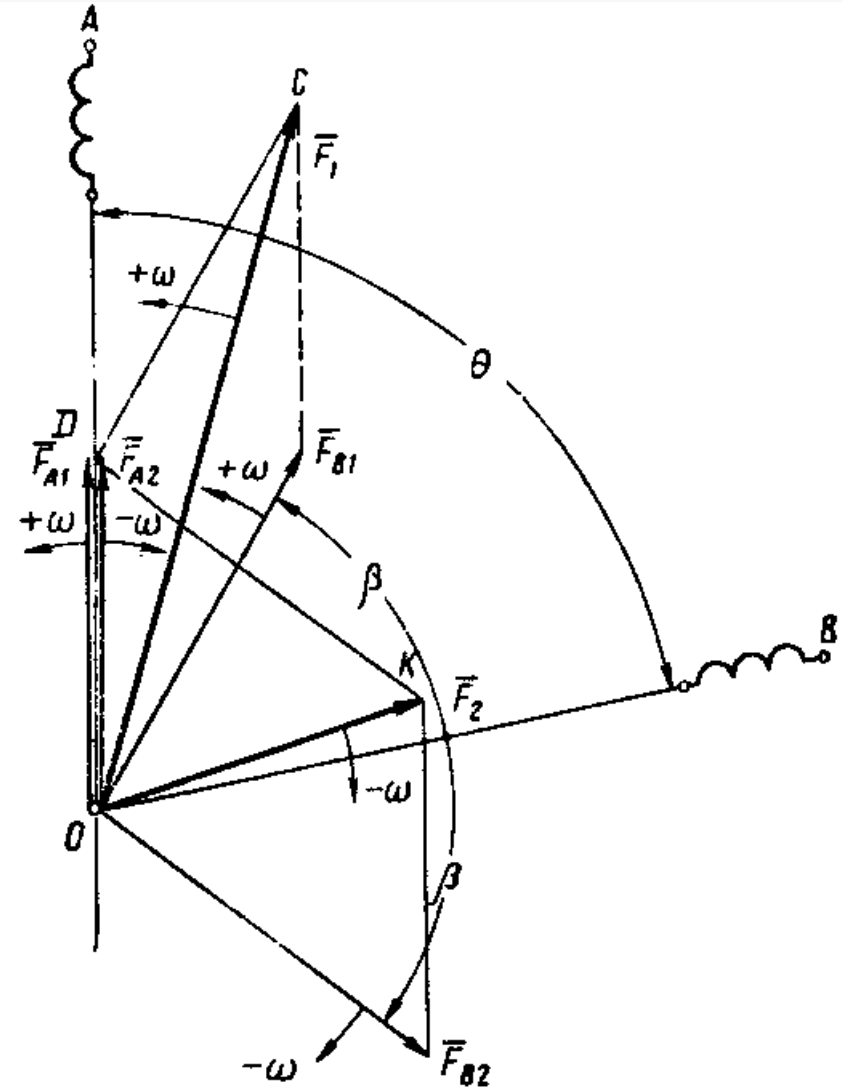
$$\cos \angle ODK = \cos(180^\circ - (\theta + \beta)) = -\cos(\theta + \beta)$$

учитывая $OD = F_{A2} = F_{Am} / 2$

$$DK = F_{B2} = F_{Bm} / 2$$

получим

$$F_2 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta + \beta)}$$



МДС двухфазной несимметричной обмотки

С помощью выражений

$$F_1 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta - \beta)}$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta + \beta)}$$

можно определить МДС прямой и обратной последовательностей

- » при любых МДС (токах) обмоток F_{Am} , F_{Bm}
- » при любых пространственных углах между обмотками θ
- » при любых углах сдвига токов во времени β

(т.е. при любой несимметрии обмоток)

Особенность двухфазной машины:

поскольку $\cos(\theta - \beta) = \cos(\theta + \beta)$

характер магнитного поля несимметричной машины

в равной степени определяется углами θ и β

МДС двухфазной несимметричной обмотки

Оценим пусковой момент двухфазного асинхронного двигателя

Электромагнитный момент (от взаимодействия тока и потока) пропорционален квадрату потока

В ненасыщенной машине магнитный поток пропорционален МДС (при $\Lambda_\delta = \text{const}$):

магнитный поток прямовращающегося поля $\Phi_1 \sim F_1$

магнитный поток обратновращающегося поля $\Phi_2 \sim F_2$

Тогда пусковой момент несимметричного двигателя
где c_M – постоянный коэффициент

$$M_k = c_M (F_1^2 - F_2^2)$$

Подставив выражения МДС F_1 и F_2 получим

$$M_k = \frac{1}{2} c_M F_{Am} F_{Bm} (\cos(\theta - \beta) - \cos(\theta + \beta))$$

С учетом $\cos \alpha - \cos \gamma = -2 \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \sin \frac{\alpha - \gamma}{2}$ запишем $M_k = c_M F_{Am} F_{Bm} \sin \theta \sin \beta$

МДС двухфазной несимметричной обмотки

Оценим пусковой момент двухфазного асинхронного двигателя

$$M_k = c_M F_{Am} F_{Bm} \sin \theta \sin \beta$$

- » Пусковой момент в равной степени определяется углами θ и β
- » При любом пространственном сдвиге обмоток (кроме $\theta = 0$ и $\theta = 180^\circ$) максимум пускового момента достигается при временном сдвиге $\beta = 90^\circ$
- » При любом временном сдвиге токов (кроме $\beta = 0$ и $\beta = 180^\circ$) максимум пускового момента достигается при пространственном сдвиге $\theta = 90^\circ$
- » Абсолютный максимум пускового момента достигается при углах $\theta = 90^\circ$ и $\beta = 90^\circ$ (при одних и тех же потребляемых из сети токах фаз)

Круговое и эллиптическое поле

в электрической машине

Условия получения кругового вращающегося поля

Каждая составляющая F_1 и F_2 образует круговое вращающееся поле

Результирующее поле в ЭМ будет круговым при условии $F_2 = 0$ (или $F_1 = 0$)

Пусть $F_2 = 0$ $F_2 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta + \beta)} = 0$

или $F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta + \beta) = 0$

это возможно только при $F_{Am} = F_{Bm}$ и $\cos(\theta + \beta) = -1$, т.е. $(\theta + \beta) = 180^\circ$

Рассмотрим двухфазную ЭМ

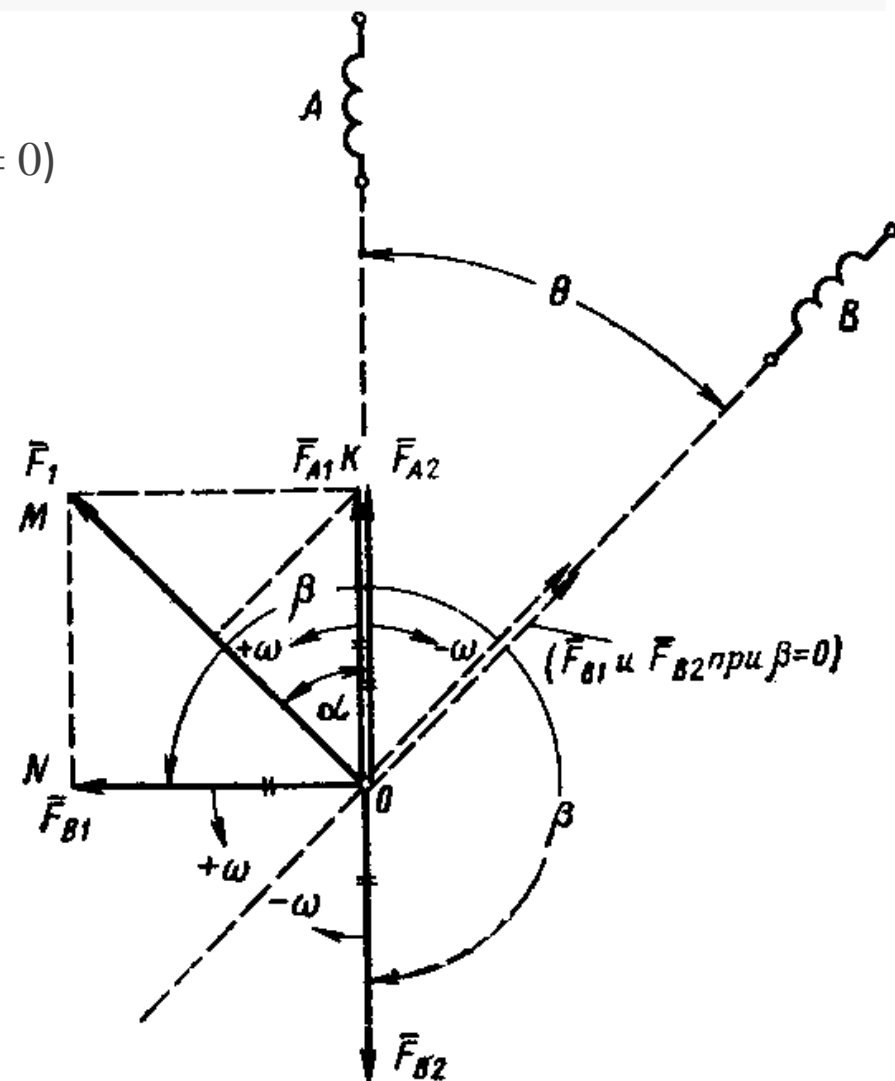
- » с пространственным сдвигом обмоток на угол θ
- » в которой токи (и МДС) сдвинуты во времени на угол β

Разложим МДС фаз на составляющие $\bar{F}_A = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{A2}$ $\bar{F}_B = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2}$

Для исключения обратного поля необходимо

$$\bar{F}_2 = \bar{F}_{A2} + \bar{F}_{B2} = 0 \quad \text{или} \quad \bar{F}_{A2} = -\bar{F}_{B2}$$

Для этого требуется $F_{Am} = F_{Bm}$ и $\beta = 180^\circ - \theta$



Условия получения кругового вращающегося поля

Для получившегося кругового поля найдем величину МДС (F_1)

из Δ -ка OKM
$$F_1 = 2F_{A1} \cos \alpha = 2F_{A1} \cos \left(\frac{\beta - \theta}{2} \right)$$

При круговом поле
$$F_{A1} = F_{B1} = \frac{F_{Am}}{2} = \frac{F_{Bm}}{2} = \frac{F_{\phi m}}{2} \quad \text{и} \quad \beta = 180^\circ - \theta$$

Тогда МДС
$$F_1 = F_{\phi m} \sin \theta$$

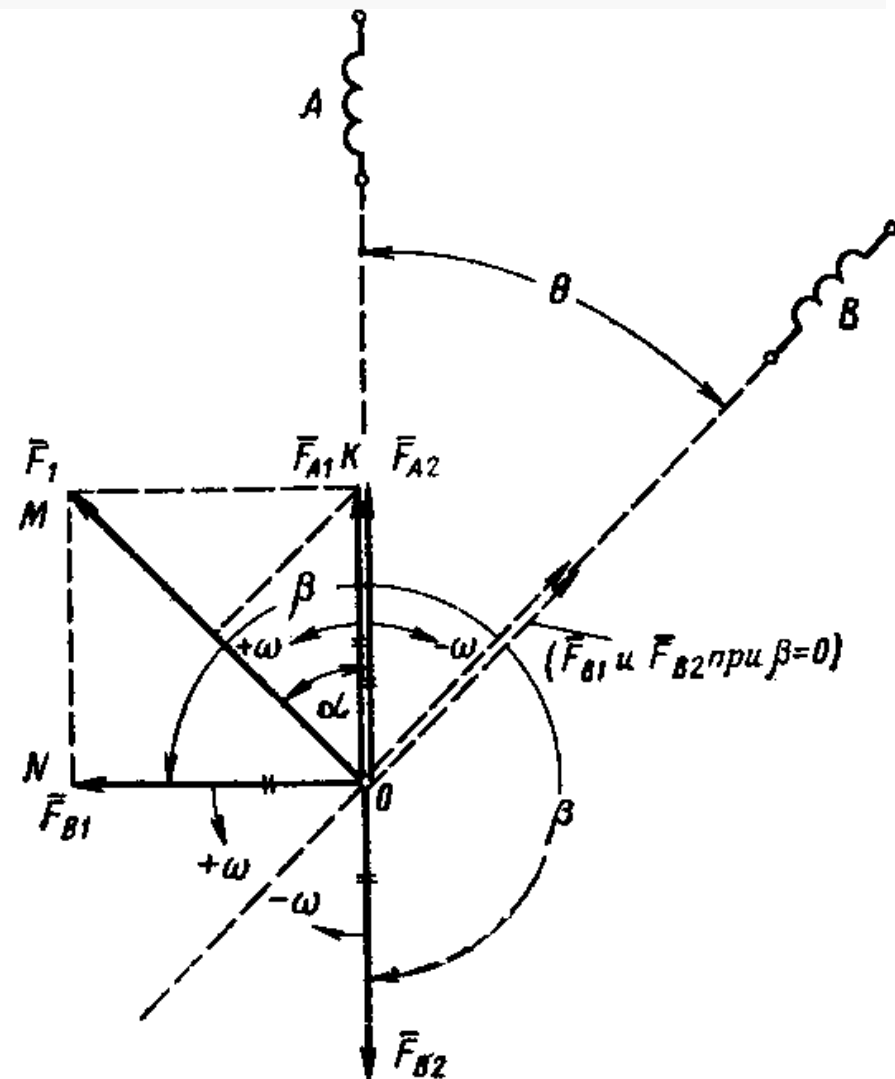
Величина МДС кругового поля максимальна при пространственном сдвиге обмоток на угол $\theta = 90^\circ$

Подставив $\theta = 180^\circ - \beta$ (при круговом поле), получим
$$F_1 = F_{\phi m} \sin \beta$$

Максимум МДС кругового поля имеет место при временном сдвиге токов на угол $\beta = 90^\circ$

Максимальная МДС кругового поля равна амплитуде МДС любой из фаз

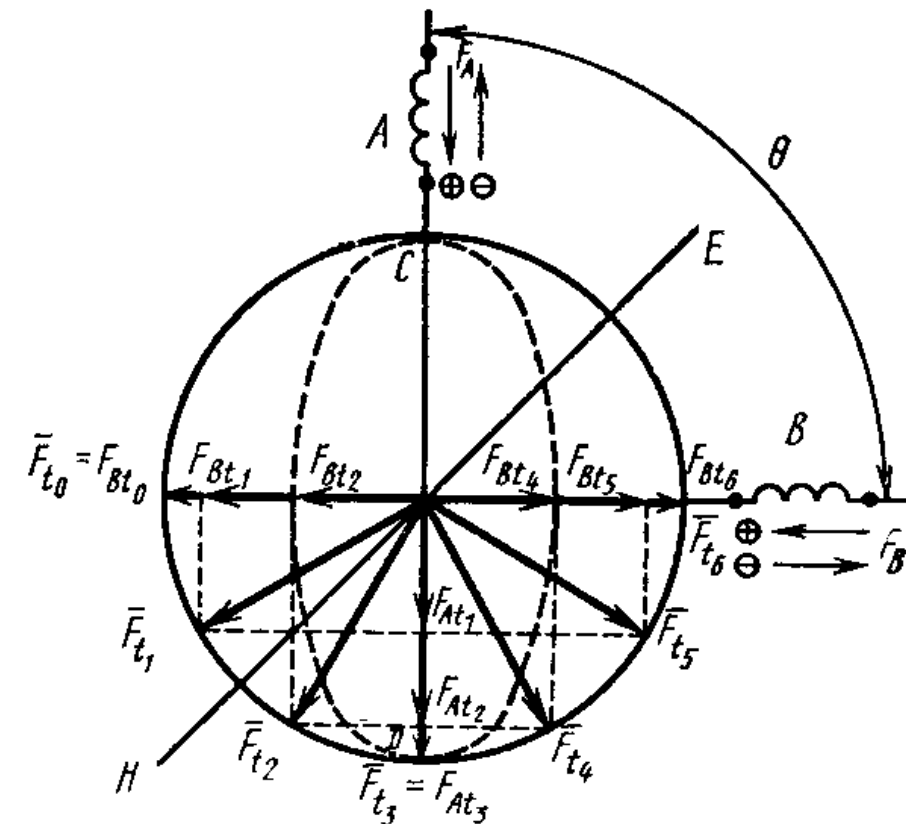
$$F_{1\max} = F_{Am} = F_{Bm} = F_{\phi m}$$



Условия получения кругового вращающегося поля

Для получения максимального кругового поля в двухфазной машине при минимальных токах (минимальных потерях) стремятся получить:

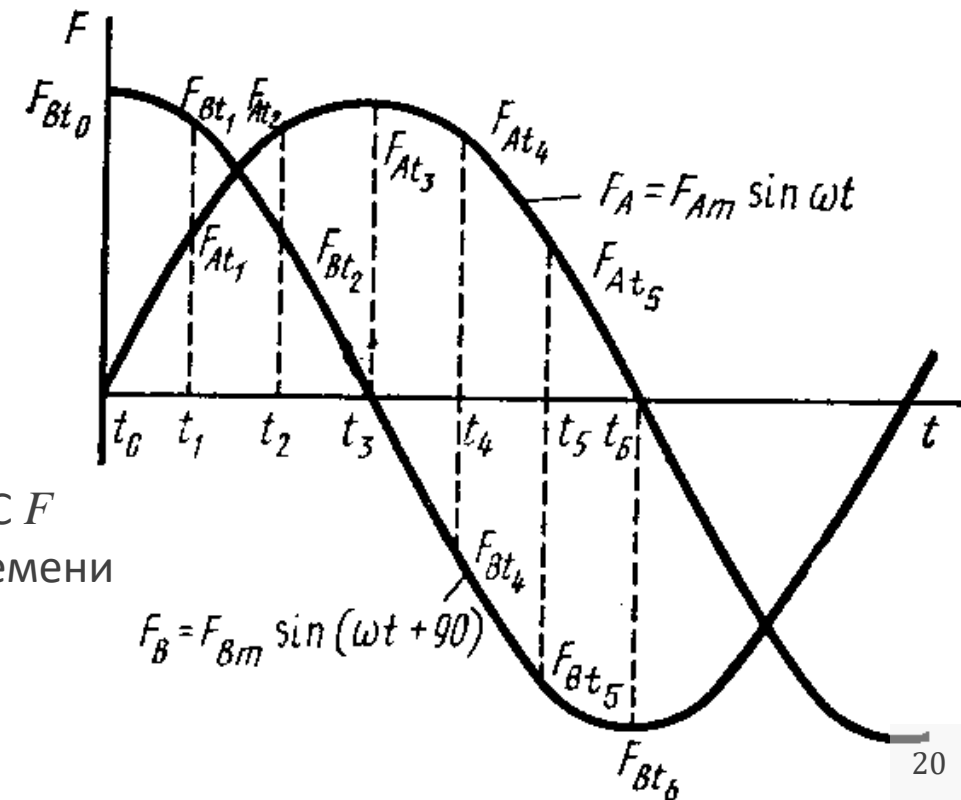
- » пространственный сдвиг обмоток на угол 90°
- » временной сдвиг между токами на угол 90°



Рассмотрим МДС симметричной двухфазной машины при симметричном питании

- » пространственный сдвиг обмоток $\theta = 90^\circ$
- » временной сдвиг между МДС $\beta = 90^\circ$

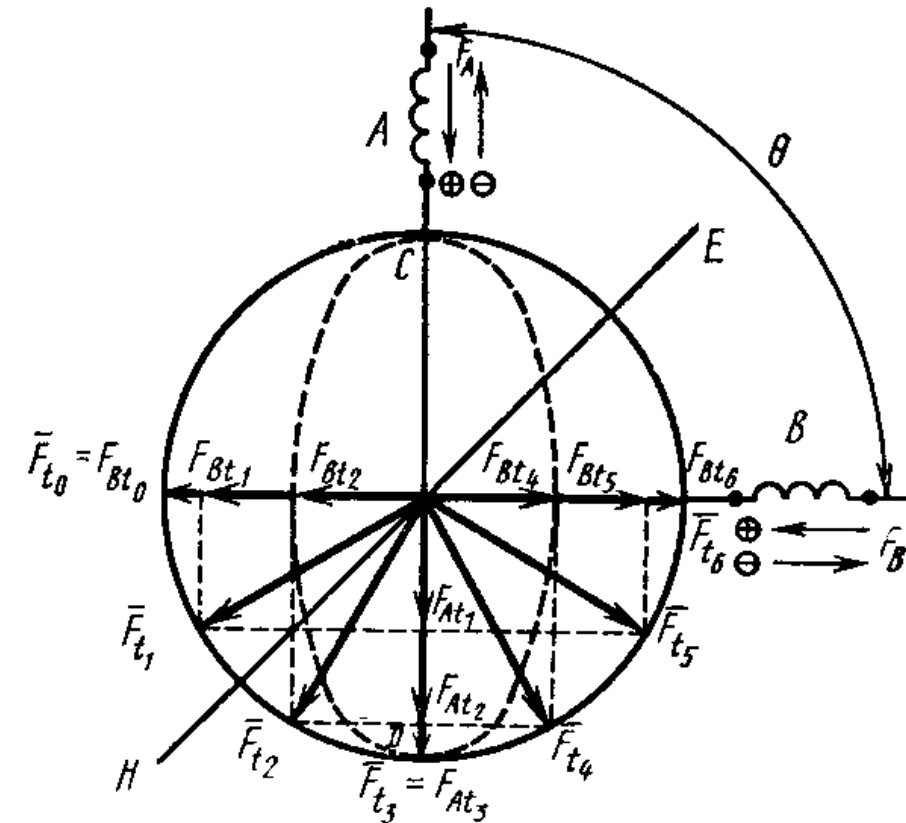
Найдем результирующую МДС F через равные промежутки времени
 Годографом вектора F является окружность



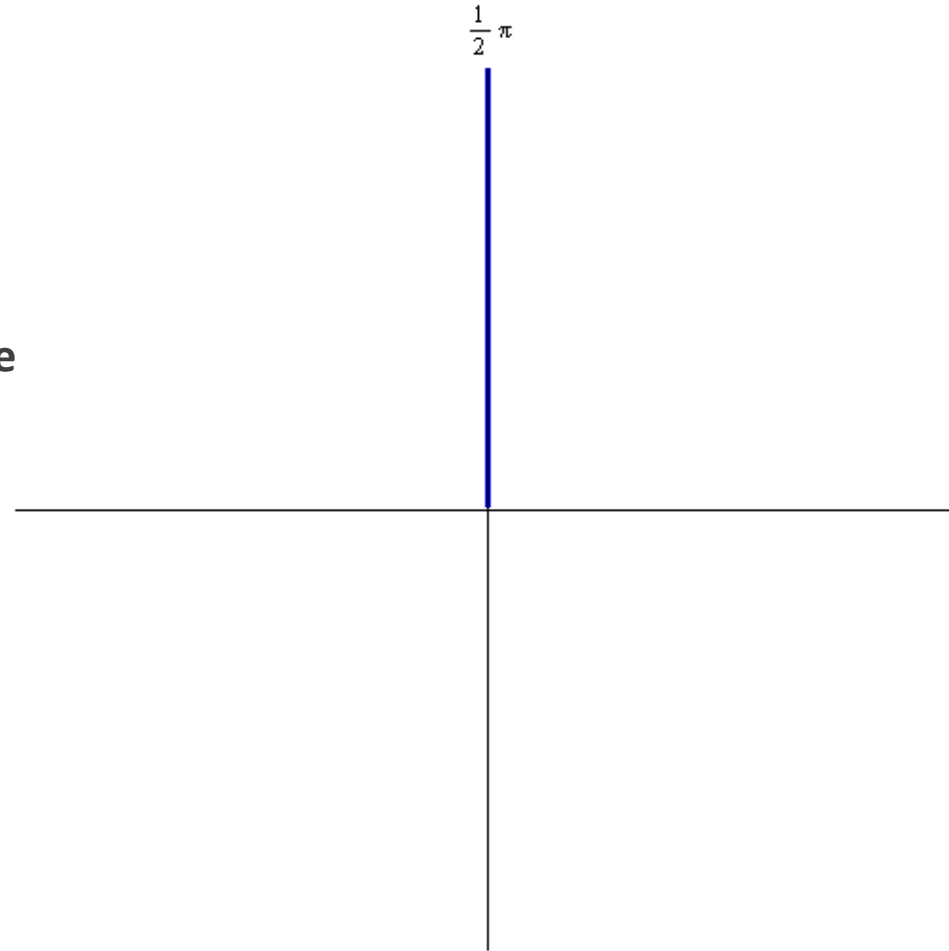
Условия получения кругового вращающегося поля

- » пространственный сдвиг обмоток на угол 90°
- » временной сдвиг между токами на угол 90°

При соблюдении этих условий годографом вектора F является окружность



Круговое поле

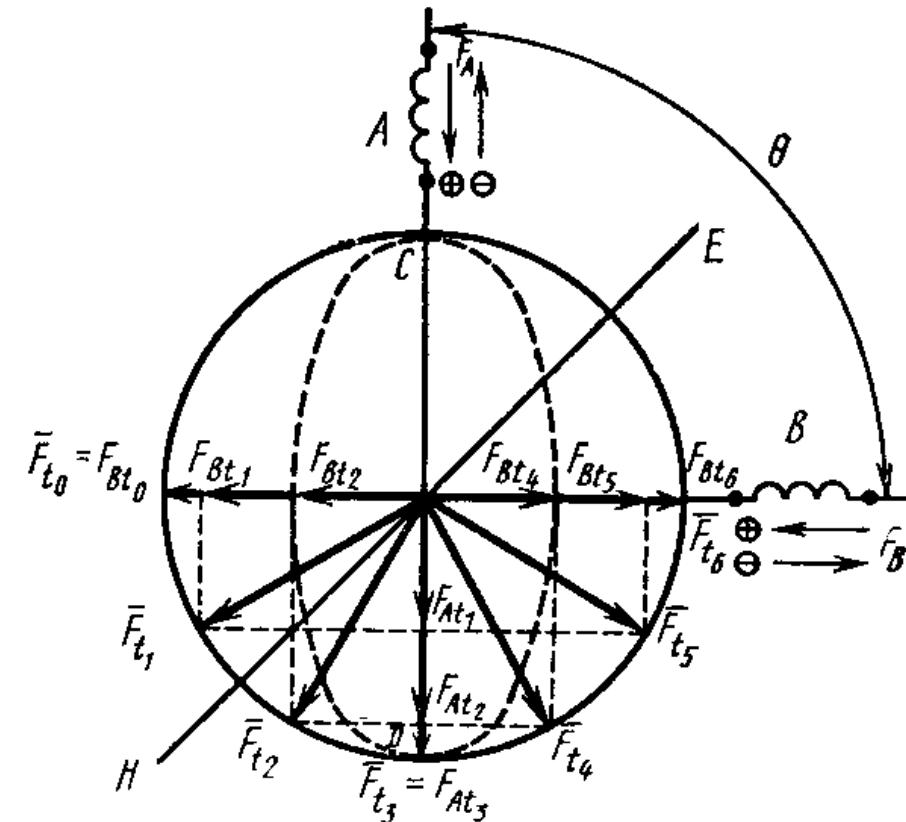


Условия получения кругового вращающегося поля

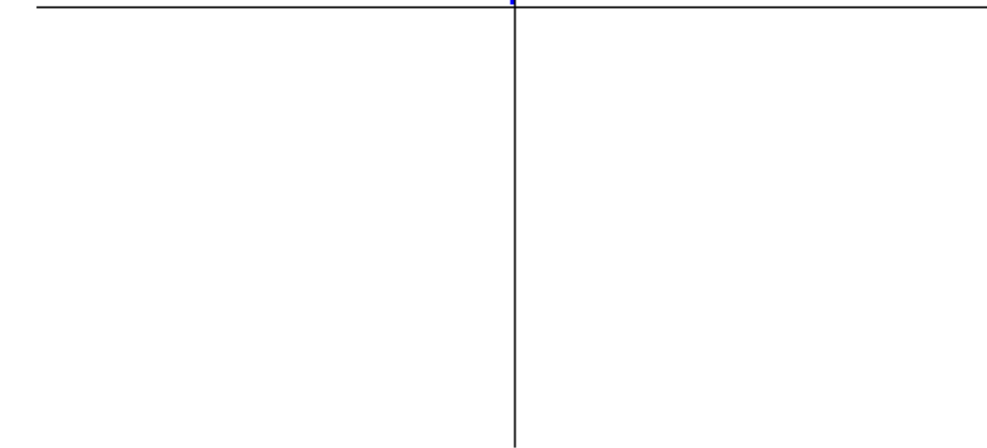
- » пространственный сдвиг обмоток на угол 90°
- » временной сдвиг между токами на угол 90°

Частичное неисполнение этих условий
– окружность превращается в эллипс

- » например, $F_{Bm} = 0,5 F_{Am}$
Эллиптическое поле



$\frac{1}{2}\pi$

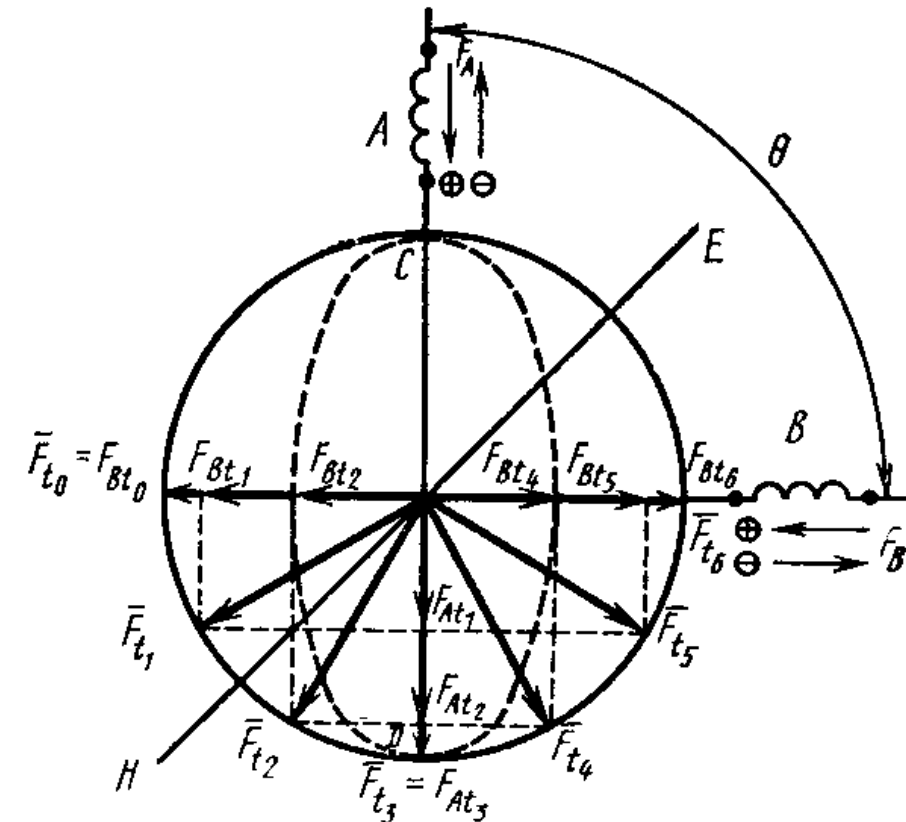


Условия получения кругового вращающегося поля

- » пространственный сдвиг обмоток на угол 90°
- » временной сдвиг между токами на угол 90°

На практике двухфазные машины обычно работают при эллиптическом поле

- » например, $F_{Bm} = F_{Am}$ $\beta = 30^\circ$



$\frac{1}{6} \pi$

Особенности эллиптического поля

Эллиптическое поле образуется при наличии двух неравных МДС F_1 и F_2 , вращающихся с одинаковой скоростью в разные стороны

Рассмотрим МДС в различные моменты времени: t_0, t_1, t_2

(через 1/8 периода)
$$\bar{F}_{t_0} = \bar{F}_{1t_0} + \bar{F}_{2t_0}$$

$$\bar{F}_{t_1} = \bar{F}_{1t_1} + \bar{F}_{2t_1}$$

$$\bar{F}_{t_2} = \bar{F}_{1t_2} + \bar{F}_{2t_2}$$

Конец вектора результирующей МДС описывает эллипс

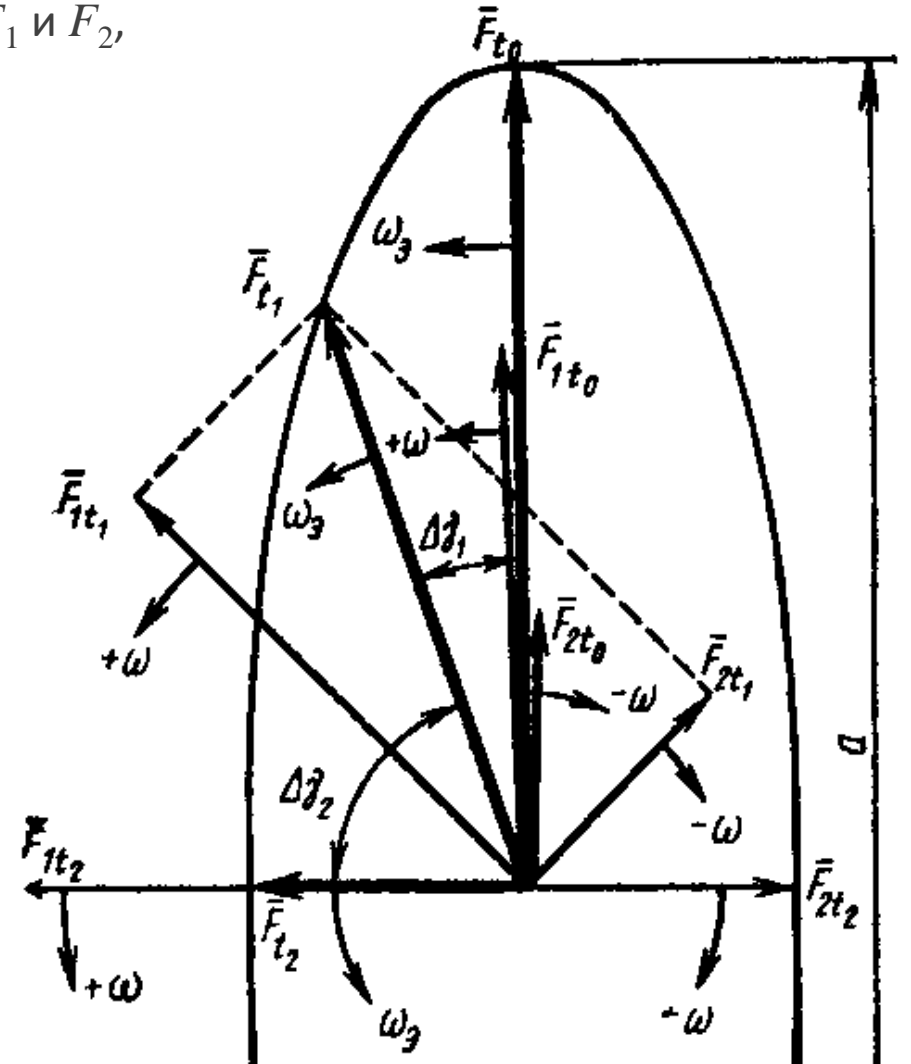
Большая ось эллипса $a = 2(F_1 + F_2)$

Малая ось эллипса $b = 2(F_1 - F_2)$

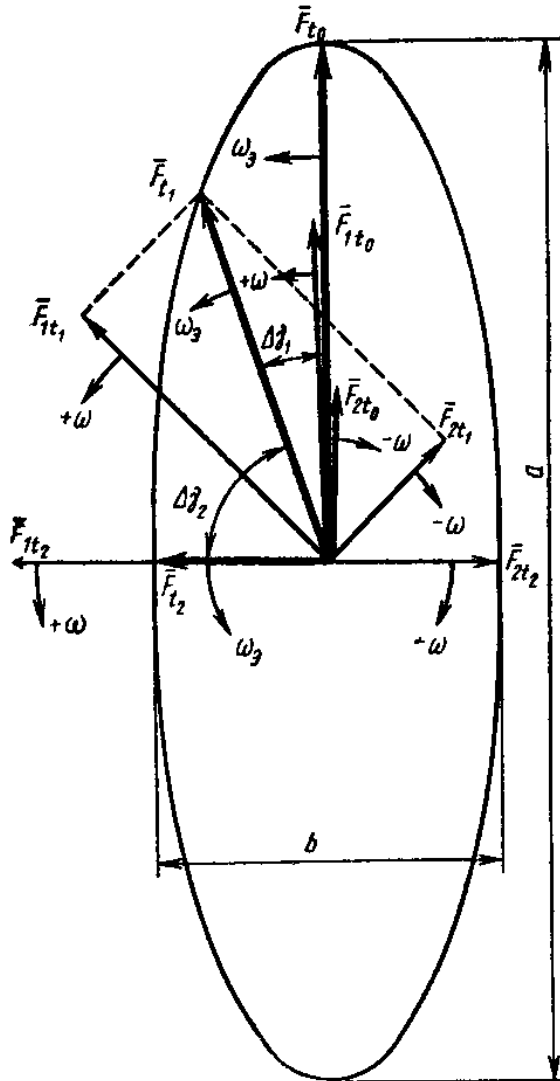
По известным параметрам эллипса можно определить МДС прямой и обратной последовательности

$$F_1 = \frac{a+b}{4} \quad F_2 = \frac{a-b}{4}$$

- » если одна из МДС равна нулю – поле круговое
- » если МДС равны ($F_1 = F_2$) – поле пульсирующее



Особенности эллиптического поля



Особенность эллиптического поля – непостоянная скорость вращения вектора результирующей МДС (и результирующего поля)

За время t_0-t_1 ($1/8$ периода) векторы F_1 и F_2 поворачиваются в пространстве на углы $\pm 45^\circ$

При этом результирующий вектор F поворачивается на меньший угол $\Delta\gamma_1$

За следующий интервал t_1-t_2 ($1/8$ периода) результирующий вектор F поворачивается на больший угол $\Delta\gamma_2$

При малых моментах инерции ротора это приводит к неравномерности вращения ротора

Особенности эллиптического поля

Найдем скорость вращения вектора F

В момент времени t $\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$

Проекции векторов на оси a и b

$$F_b = F_{1b} + F_{2b} = F_1 \sin \omega t + F_2 \sin(-\omega t) = (F_1 - F_2) \sin \omega t$$

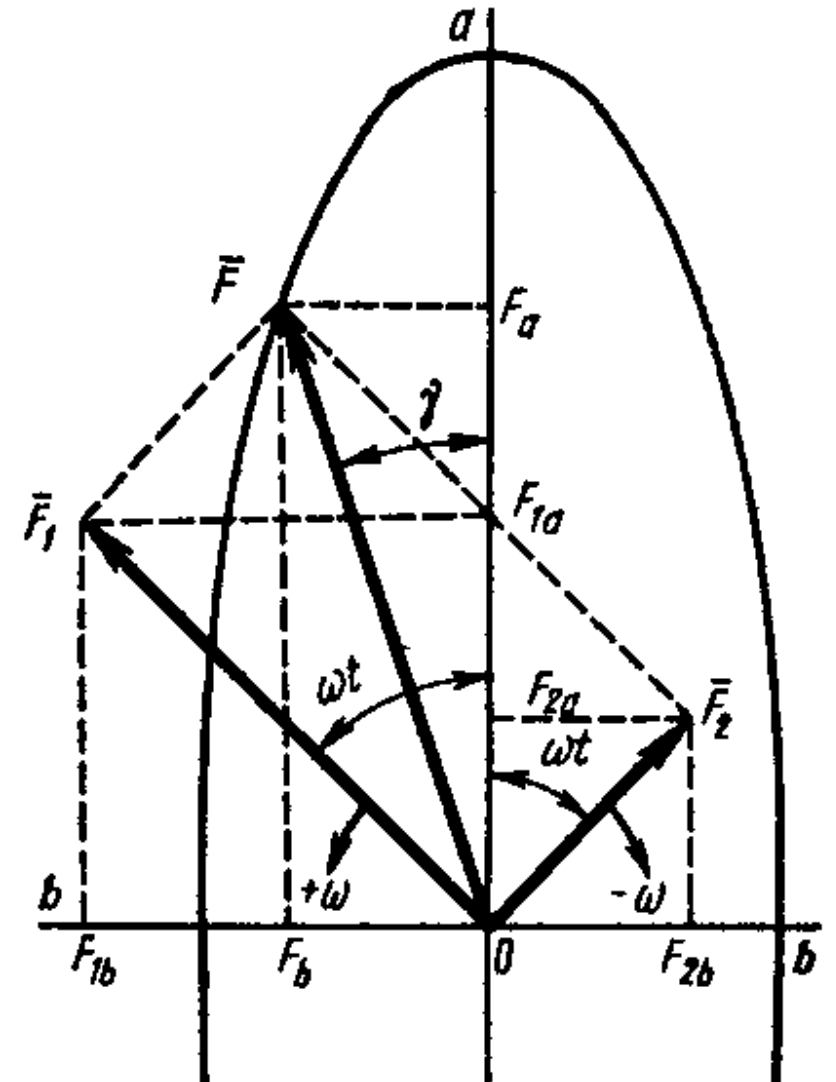
$$F_a = F_{1a} + F_{2a} = F_1 \cos \omega t + F_2 \cos(-\omega t) = (F_1 + F_2) \cos \omega t$$

Результирующий вектор МДС F за время t повернется на угол γ

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{F_b}{F_a} = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} \operatorname{tg} \omega t = k \cdot \operatorname{tg} \omega t$$

где $k = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2}$ – коэффициент формы эллипса

Найдем скорость вращения через изменение угла γ



Особенности эллиптического поля

Найдем скорость вращения вектора F через изменение угла γ

Продифференцируем $\operatorname{tg} \gamma$ по времени $\frac{d \operatorname{tg} \gamma}{dt} = \frac{d \operatorname{tg} \gamma}{d\gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{\cos^2 \gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt}$

Мгновенная скорость вращения вектора F

$$\omega_3 = \frac{d\gamma}{dt} = \cos^2 \gamma \cdot \frac{d \operatorname{tg} \gamma}{dt}$$

с учетом производной $\operatorname{tg} \gamma$ и выражения $\cos^2 \gamma = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma}$

получим
$$\omega_3 = \frac{k\omega}{1 - (1 - k^2) \sin^2 \omega t} = \omega N^*$$

Коэффициент N^* непостоянен во времени \rightarrow

непостоянна мгновенная скорость ω_3

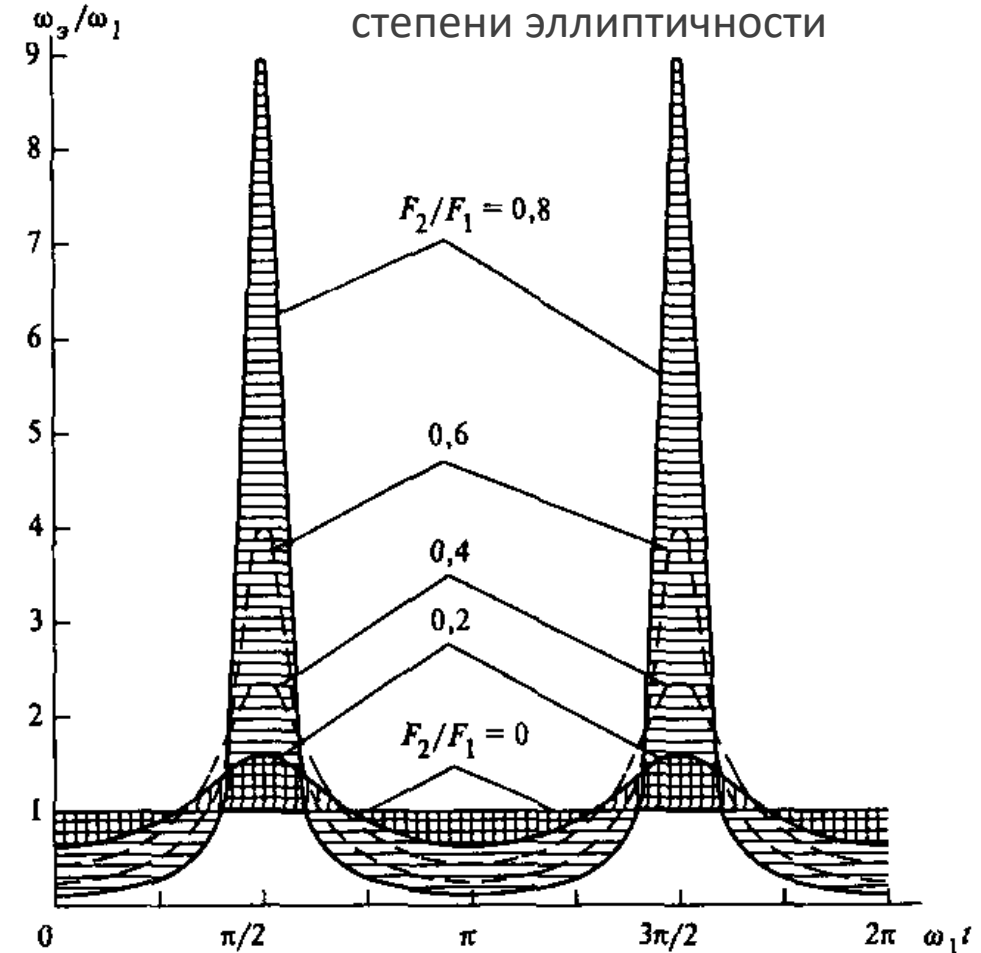
Максимум скорости – при $\omega t = 90^\circ$ и $\omega t = 270^\circ$,
т.е. когда F совпадает с малой осью эллипса b

$$\omega_{3 \max} = \frac{\omega}{k} = \frac{F_1 + F_2}{F_1 - F_2} \cdot \omega$$

Минимум скорости – при $\omega t = 0^\circ$ и $\omega t = 180^\circ$,
т.е. когда F совпадает с большой осью эллипса a

$$\omega_{3 \min} = k \cdot \omega = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} \cdot \omega$$

$\omega_3 = f(\omega t)$ для разной степени эллиптичности



Двухфазные асинхронные двигатели (микродвигатели)

Асинхронные микродвигатели

Конструкция:

- » Статор – сердечник с пазами и двумя распределенными обмотками обмотки сдвинуты в пространстве на 90°
→ можно получить круговое поле при минимальных токах и потерях в обмотках
- » Ротор – короткозамкнутый

Питание:

- » обычно – от однофазной сети («однофазные двигатели»)

Несимметрия:

- » разное число витков в обмотках
- » иногда разное число пазов на обмотку

Как правило – несимметричный режим работы (эллиптическое поле) при электрической несимметрии (но симметрии магнитной цепи)

→ двухфазный несимметричный асинхронный двигатель

Асинхронные микродвигатели

Методы анализа несимметричных ЭМ

» **Метод вращающихся полей**

- фаза при питании переменным током → пульсирующее поле
- прямо- и обратно- вращающиеся поля (круговые)
- сумма таких полей от каждой фазы
- анализ круговых полей и метод суперпозиции

» **Метод симметричных составляющих**

- электрическая несимметрия / несимметричное питание
- разложение несимметричной системы токов/напряжений на симметричные составляющие
- анализ симметричных составляющих и метод суперпозиции

» **Метод двух реакций**

- магнитная несимметрия (явнополюсность)
- переход к системе координат $d-q$, вращающейся с ротором (по каждой оси в отдельности $R_\mu = \text{const}$)
- анализ составляющих поля по каждой оси и метод суперпозиции

Асинхронные микродвигатели

Базовая асинхронная машина для анализа

- » короткозамкнутый ротор
 - » 2 перпендикулярные обмотки A и B на статоре
 - » равные числа одинаковых пазов на фазу $N_{zA} = N_{zB}$
 - » разные числа витков в фазе $w_{\phi A} \neq w_{\phi B}$
- также разные эффективные числа витков $w_A (=k_{oA}w_{\phi A}) \neq w_B (=k_{oB}w_{\phi B})$
- » \rightarrow разные сопротивления фаз

$$r_A \neq r_B, x_A \neq x_B \rightarrow Z_A \neq Z_B$$

Для получения кругового поля в такой машине необходимо выполнение условия $\dot{F}_A = -j\dot{F}_B$ или (в машинах с симметричной магнитной системой равенство МДС \rightarrow равенство потоков)

Т.е. токи должны быть

обратно пропорциональны числам витков: $\frac{I_A}{I_B} = \frac{w_B}{w_A}$

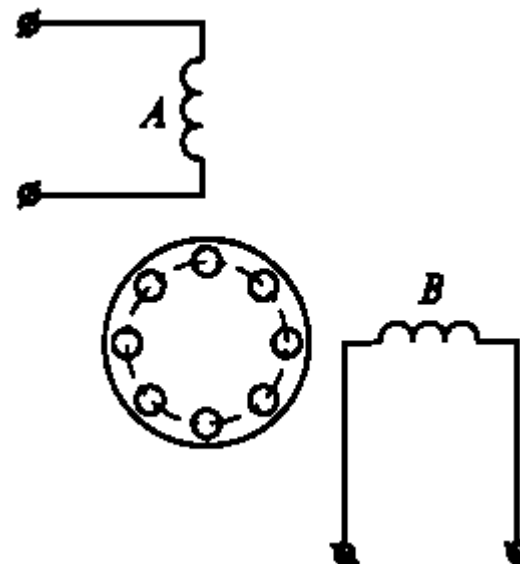
и смещены во времени на $\beta = 90^\circ$: $\dot{I}_A = -j\dot{I}_B \frac{w_B}{w_A} = -j\dot{I}'_B$

$$\frac{0,9\dot{I}_A w_A}{p} = -j \frac{0,9\dot{I}_B w_B}{p}$$

здесь $I'_B = kI_B$ – ток фазы B , приведенный к числу витков фазы A
 – коэффициент трансформации

$$k = \frac{w_B}{w_A}$$

Внимание! В разных учебниках разное определение $k \rightarrow$ разные формулы!



Асинхронные микродвигатели

Итак, для получения кругового поля $\dot{F}_A = -j\dot{F}_B$

Поскольку измерять МДС или потоки затруднительно, можно анализировать напряжения

$$\dot{U}_A = -\dot{E}_A + \dot{I}_A Z_A \quad \dot{U}_B = -\dot{E}_B + \dot{I}_B Z_B$$

Традиционно полагают

$$U_A \approx E_A = 4,44 f w_A \Phi_A \quad U_B \approx E_B = 4,44 f w_B \Phi_B$$

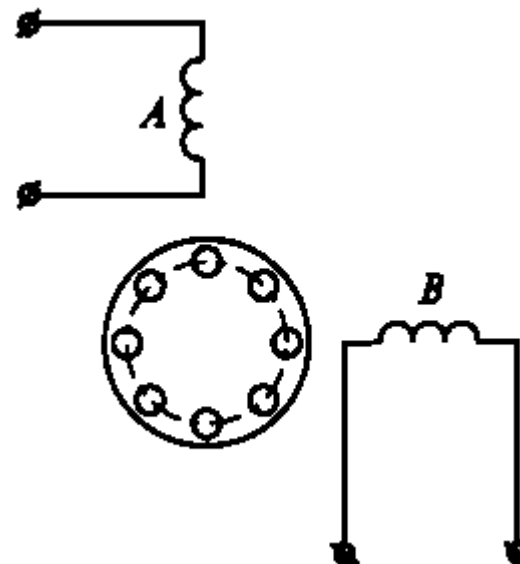
Откуда потоки $\Phi_A \approx \frac{U_A}{4,44 f w_A} \quad \Phi_B \approx \frac{U_B}{4,44 f w_B}$

При равенстве потоков ($\Phi_A = \Phi_B \rightarrow$ поле круговое) должно быть (т.е. равны напряжения, приходящиеся на 1 виток)

$$\frac{U_A}{w_A} = \frac{U_B}{w_B}$$

Таким образом, для получения кругового поля надо подать на фазы напряжения

$$\dot{U}_A = -j\dot{U}_B \frac{w_A}{w_B} = -j \frac{\dot{U}_B}{k} = -j\dot{U}'_B$$



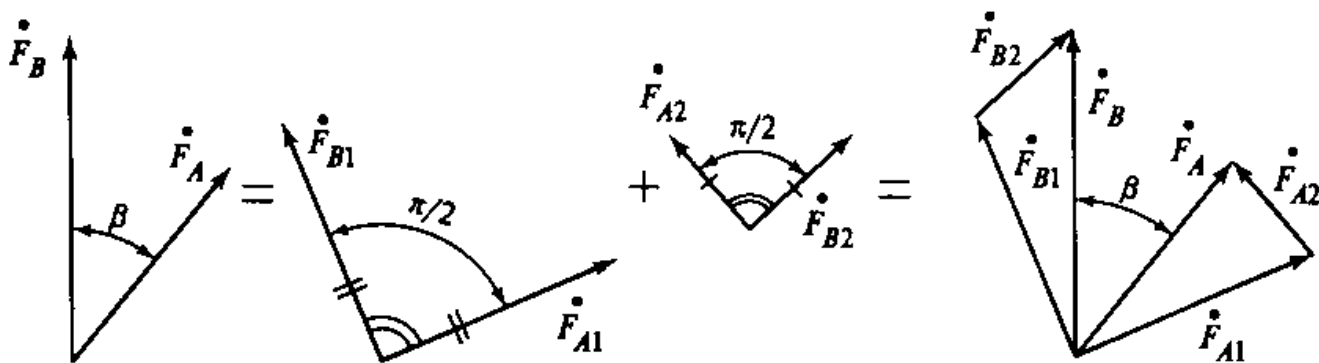
К сожалению, на практике напряжения/токи несимметричны

Метод симметричных составляющих для двухфазных цепей

Метод симметричных составляющих

Любая несимметричная система векторов A и B , сдвинутых во времени на произвольный угол β , может быть разложена на две симметричные системы, каждая из которых состоит из двух векторов, равных по амплитуде и сдвинутых во времени на 90°

- » Одна из этих систем имеет такое же чередование векторов A_1 и B_1 , что и исходная система (система векторов *прямой последовательности*)
- » Другая система имеет чередование векторов A_2 и B_2 , обратное исходной (система векторов *обратной последовательности*)



Суммы одноименных векторов симметричных систем равны исходным векторам

$$\dot{F}_A = \dot{F}_{A1} + \dot{F}_{A2} \quad \dot{F}_B = \dot{F}_{B1} + \dot{F}_{B2}$$

Векторы симметричных систем связаны между собой равенствами («симметричные составляющие»)

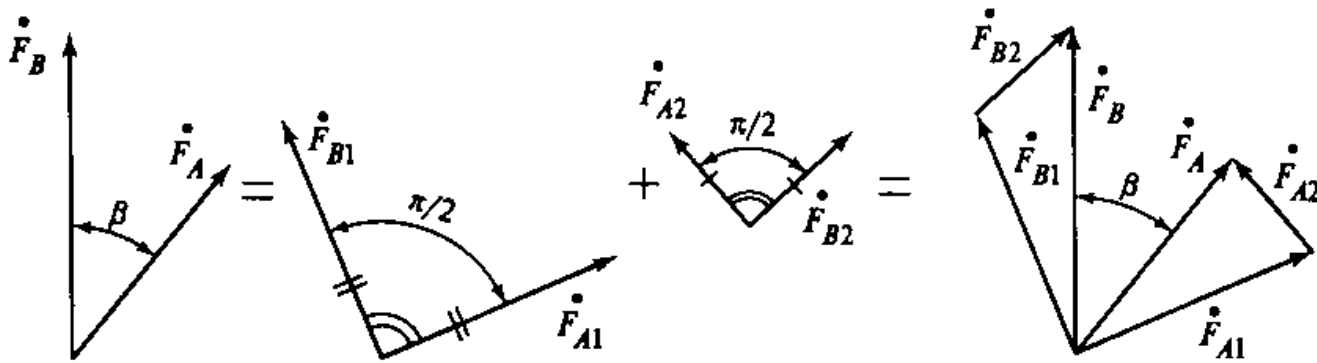
$$\dot{F}_{B1} = j\dot{F}_{A1} \quad \dot{F}_{B2} = -j\dot{F}_{A2}$$

Симметричная система МДС создает круговое поле

Метод симметричных составляющих

Для разложения несимметричной системы векторов выразим F_B через составляющие F_A и найдем выражения для этих составляющих

Итак, $\dot{F}_B = \dot{F}_{B1} + \dot{F}_{B2} = j\dot{F}_{A1} - j\dot{F}_{A2}$ или $-j\dot{F}_B = \dot{F}_{A1} - \dot{F}_{A2}$



Решая систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{F}_A = \dot{F}_{A1} + \dot{F}_{A2} \\ -j\dot{F}_B = \dot{F}_{A1} - \dot{F}_{A2} \end{cases}$$

найдем выражения для составляющих F_A

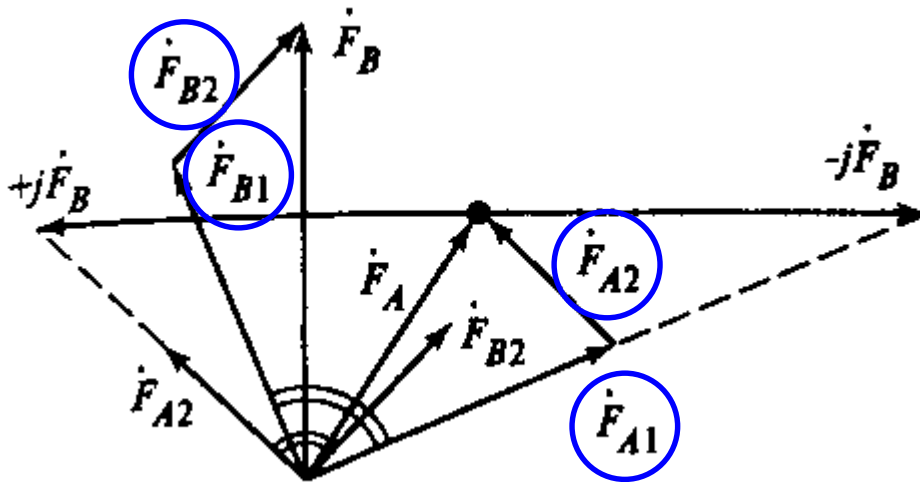
$$\dot{F}_{A1} = \frac{\dot{F}_A - j\dot{F}_B}{2} \quad \dot{F}_{A2} = \frac{\dot{F}_A + j\dot{F}_B}{2}$$

При этом составляющие F_B

$$\dot{F}_{B1} = j\dot{F}_{A1} \quad \dot{F}_{B2} = -j\dot{F}_{A2}$$

Метод симметричных составляющих

Можно определить симметричные составляющие графически



$$\dot{F}_{A1} = \frac{\dot{F}_A - j\dot{F}_B}{2}$$

$$\dot{F}_A = \dot{F}_{A1} + \dot{F}_{A2} \rightarrow \dot{F}_{A2} = \dot{F}_A - \dot{F}_{A1}$$

$$\dot{F}_{B1} = j\dot{F}_{A1}$$

$$\dot{F}_B = \dot{F}_{B1} + \dot{F}_{B2} \rightarrow \dot{F}_{B2} = \dot{F}_B - \dot{F}_{B1}$$

Метод симметричных составляющих

Обычно пользуются векторами не МДС, а токов

Симметричная система токов получится при использовании приведенных токов

Тогда, с учетом приведения числа витков

Метод симметричных составляющих запишется как

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2} \quad \dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2}$$

$$k\dot{I}_{B1} = j\dot{I}_{A1} \quad k\dot{I}_{B2} = -j\dot{I}_{A2}$$

Метод симметричных составляющих позволяет заменять эллиптическое поле на сумму двух круговых полей, вращающихся в противоположные стороны

Уравнения пригодны для анализа любых несимметричных машин с двумя взаимно перпендикулярными обмотками

Они годятся и для анализа однофазных машин (предельный случай несимметрии)

Метод симметричных составляющих

Рассмотрим однофазную машину

Для этого положим в двухфазной машине $I_B = 0$

Тогда
$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2} = \frac{\dot{I}_A}{2}$$

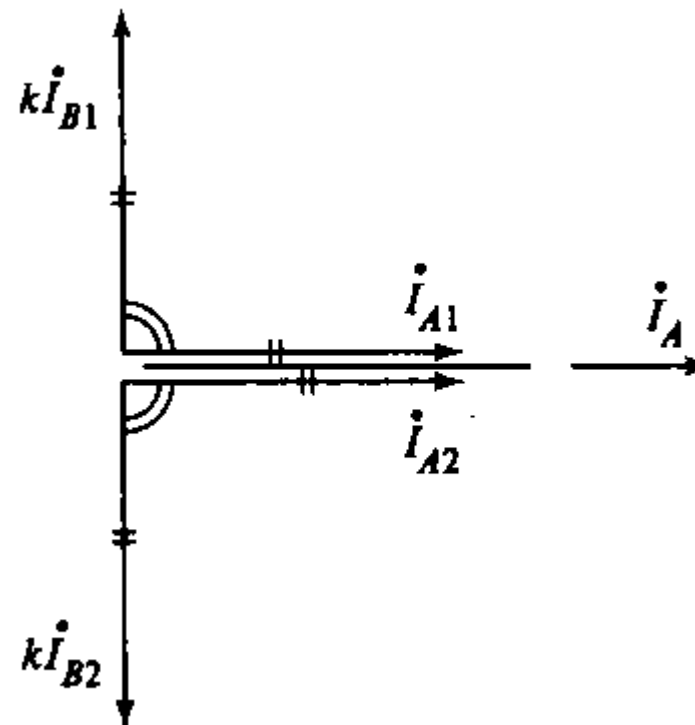
$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2} = \frac{\dot{I}_A}{2}$$

Проверим
$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A}{2} + \frac{\dot{I}_A}{2} = \dot{I}_A$$

При этом
$$k\dot{I}_{B1} = j\dot{I}_{A1} \quad k\dot{I}_{B2} = -j\dot{I}_{A2}$$

$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} = \frac{j\dot{I}_A}{2k} \quad \dot{I}_{B2} = -\frac{j\dot{I}_{A2}}{k} = -\frac{j\dot{I}_A}{2k}$$

Проверим
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} = \frac{j\dot{I}_A}{2k} - \frac{j\dot{I}_A}{2k} = 0$$



Метод симметричных составляющих

Пример

Дано: вектор тока фазы A $\dot{I}_A = 1e^{-j\frac{\pi}{3}}$

вектор тока фазы B $\dot{I}_B = 1e^{-j\frac{\pi}{6}}$

Коэффициент трансформации $k = 1$

Найти симметричные составляющие токов

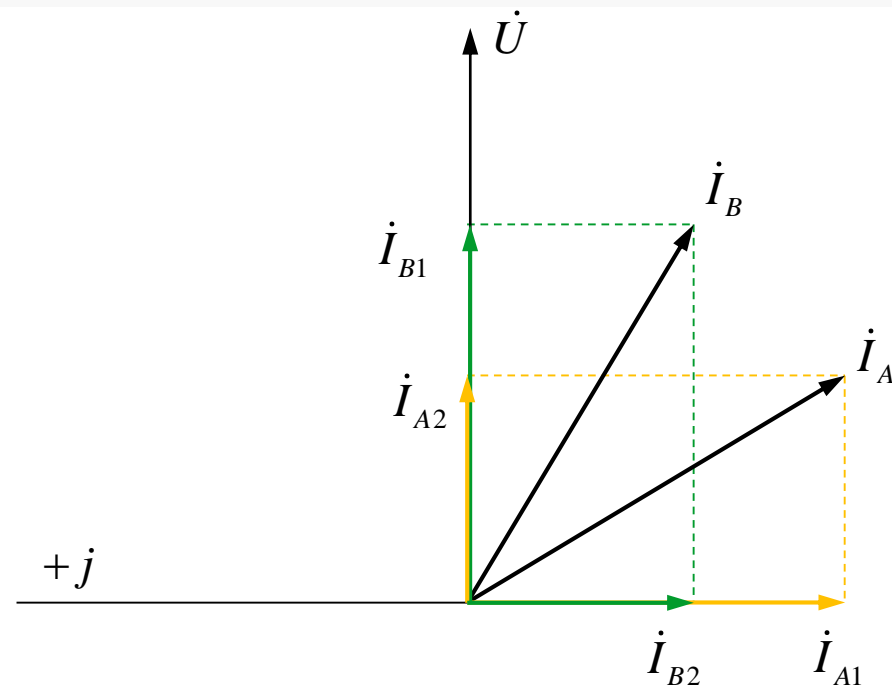
$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{1 \cdot (\cos(-60^\circ) + j\sin(-60^\circ)) - j \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\cos(-30^\circ) + j\sin(-30^\circ))}{2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{(0,5 - j0,866) - j(0,866 - j0,5)}{2} \quad \dot{I}_{A1} = -j0,866 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2} = \frac{1 \cdot (\cos(-60^\circ) + j\sin(-60^\circ)) + j \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\cos(-30^\circ) + j\sin(-30^\circ))}{2}$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{(0,5 - j0,866) + j(0,866 - j0,5)}{2} \quad \dot{I}_{A2} = 0,5 [\text{A}]$$



$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} = \frac{j(-j0,866)}{1} = 0,866 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_{B2} = \frac{-j\dot{I}_{A2}}{k} = \frac{-j(0,5)}{1} = -j0,5 [\text{A}]$$

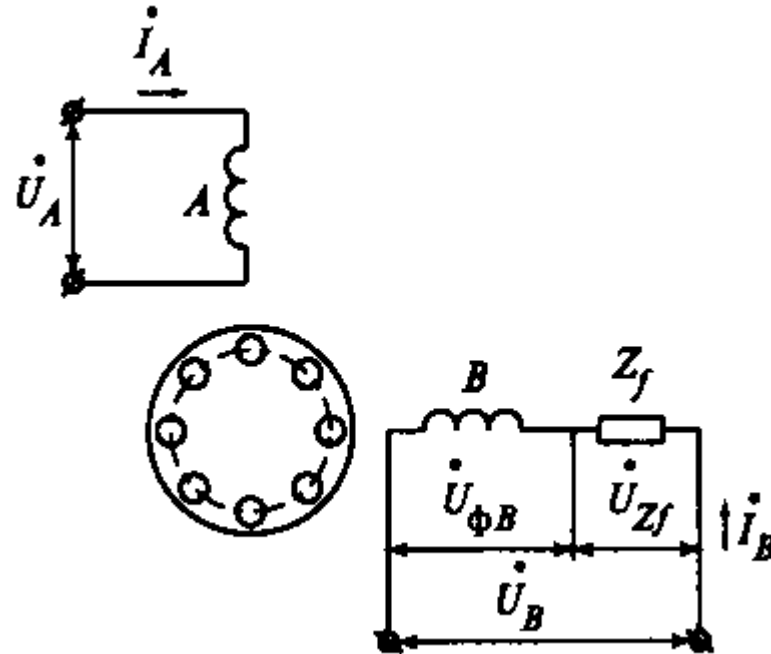
Уравнения двухфазных асинхронных машин

Расчет составляющих токов

Уравнения двухфазных асинхронных машин

Наиболее общая схема
двухфазной несимметричной асинхронной машины

- » Обмотки статора с разным числом эффективных витков $w_A \neq w_B$
- » Фазосдвигающий элемент Z_f в фазе B
- » На фазе A – напряжение U_A
- » Напряжение U_B – на обмотке фазы B и фазосдвигающем элементе Z_f
- » U_B делится между $U_{\phi B}$ и U_{Zf}
- » В общем случае напряжения U_A и U_B не равны по величине и сдвинуты на произвольный угол β



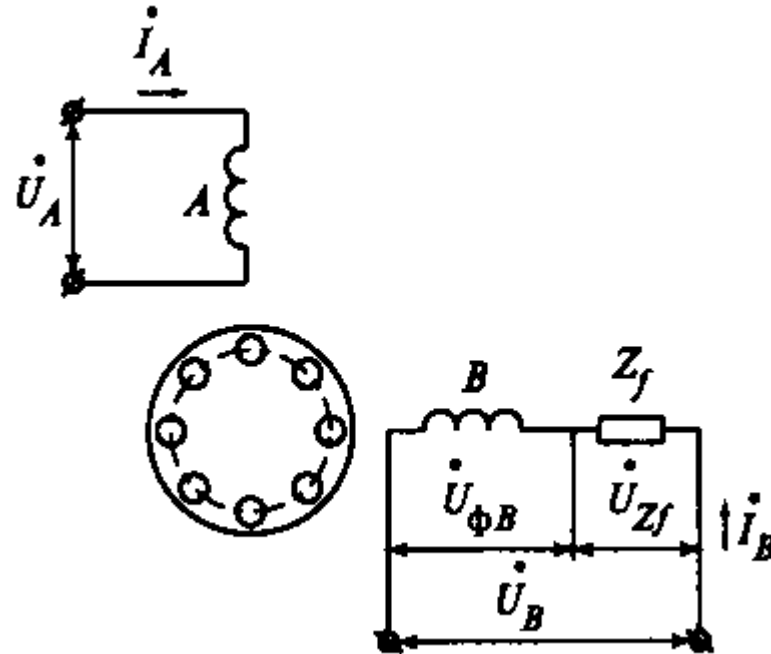
Уравнения двухфазных асинхронных машин

В несимметричной асинхронной машине токи фаз A и B образуют несимметричную систему токов

Разложим их на симметричные составляющие

$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{i}_A - jk\dot{i}_B}{2} \quad \dot{i}_{A2} = \frac{\dot{i}_A + jk\dot{i}_B}{2} \quad \dot{i}_{B1} = \frac{j\dot{i}_{A1}}{k} \quad \dot{i}_{B2} = -\frac{j\dot{i}_{A2}}{k}$$

$$\dot{i}_A = \dot{i}_{A1} + \dot{i}_{A2} \quad \dot{i}_B = \dot{i}_{B1} + \dot{i}_{B2}$$



Напряжения фаз запишем как падения напряжения

$$\dot{U}_A = \dot{i}_{A1}Z_{A1} + \dot{i}_{A2}Z_{A2} = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2}$$

$$\dot{U}_B = \dot{i}_{B1}Z_{B1} + \dot{i}_{B2}Z_{B2} = \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2}$$

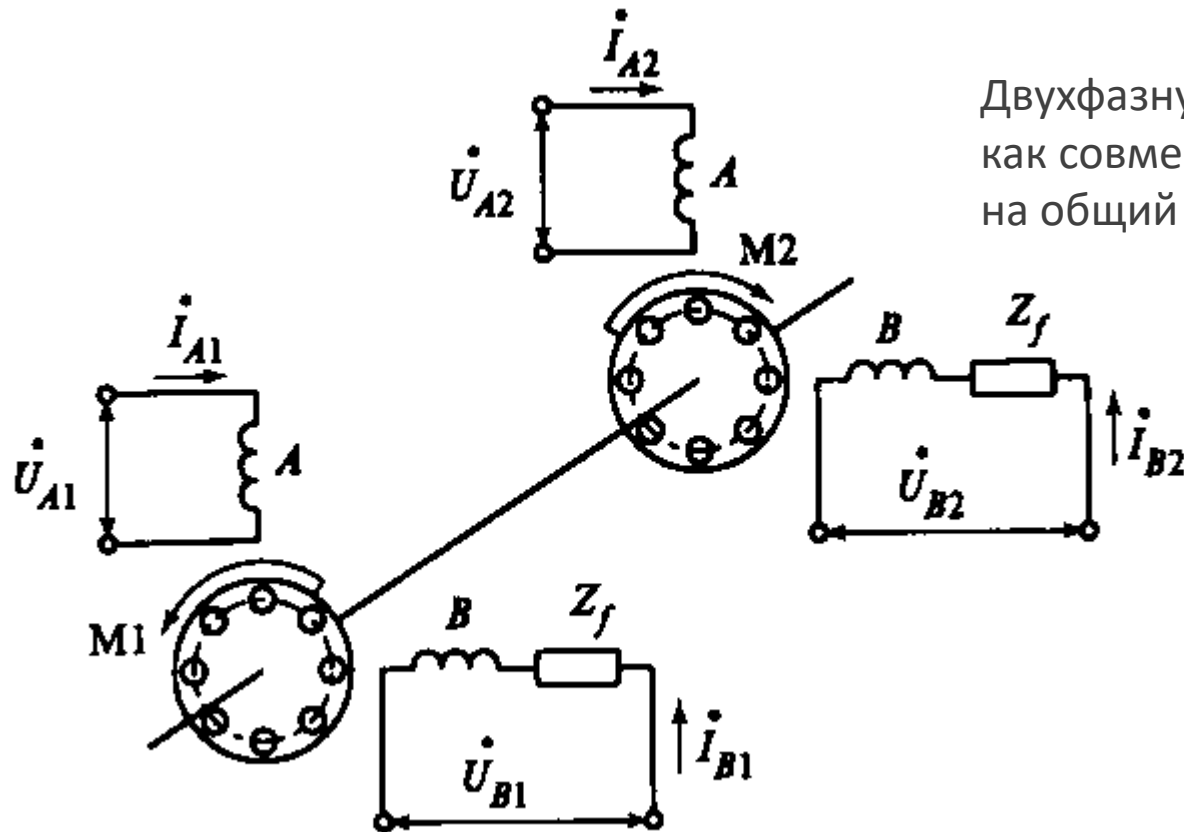
$\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}$ – падения напряжения на сопротивлениях Z_{A1}, Z_{A2} фазы A от токов I_{A1}, I_{A2}

$\dot{U}_{B1}, \dot{U}_{B2}$ – падения напряжения на сопротивлениях Z_{B1}, Z_{B2} фазы B от токов I_{B1}, I_{B2}

Если токи фаз разложены на симметричные составляющие, то векторы U_{A1}, U_{B1} и U_{A2}, U_{B2} не образуют симметричные системы напряжений (из-за наличия Z_f)

Уравнения двухфазных асинхронных машин

Токи прямой составляющей I_{A1} , I_{B1} создают прямовращающееся круговое поле и вращающий момент
Токи обратной составляющей I_{A2} , I_{B2} создают обратновращающееся круговое поле и тормозной момент



Двухфазную несимметричную машину можно представить как совместную работу двух двухфазных симметричных машин на общий вал

Это модель, а в реальности:

- » в фазе A протекают токи I_{A1} и I_{A2} (вместе $\rightarrow I_A$)
- » в фазе B протекают токи I_{B1} и I_{B2} (вместе $\rightarrow I_B$)
- » в обмотке ротора протекают токи, наведенные прямо-вращающимся и обратновращающимся полями статора

Уравнения двухфазных асинхронных машин

В системе уравнений

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{I}_{A1}Z_{A1} + \dot{I}_{A2}Z_{A2} \\ \dot{U}_B = \dot{I}_{B1}Z_{B1} + \dot{I}_{B2}Z_{B2} \end{cases}$$

выразим токи фазы B через токи фазы A

$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} \quad \dot{I}_{B2} = -\frac{j\dot{I}_{A2}}{k}$$

Получим

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{I}_{A1}Z_{A1} + \dot{I}_{A2}Z_{A2} \\ -jk\dot{U}_B = \dot{I}_{A1}Z_{B1} - \dot{I}_{A2}Z_{B2} \end{cases}$$

Решим систему уравнений относительно токов фазы A

Прямая составляющая тока фазы A

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A Z_{B2} - jk\dot{U}_B Z_{A2}}{Z_{A1}Z_{B2} + Z_{A2}Z_{B1}}$$

Обратная составляющая тока фазы A

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_A Z_{B1} + jk\dot{U}_B Z_{A1}}{Z_{A1}Z_{B2} + Z_{A2}Z_{B1}}$$

Составляющие тока фазы B тогда

$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} \quad \dot{I}_{B2} = -\frac{j\dot{I}_{A2}}{k}$$

Это решение для самого общего случая двухфазной несимметричной асинхронной машины

Схемы замещения несимметричных асинхронных машин (микромашин)

Схемы замещения асинхронных машин

Найдем скольжение ротора относительно прямого и обратного поля

- » скорость поля прямой последовательности $+n_c$
- » скорость поля обратной последовательности $-n_c$
- » скорость вращения ротора $+n$
- » скорость скольжения ротора относительно прямого поля

$$n_{s1} = n_c - n$$

- » скольжение ротора относительно прямого поля

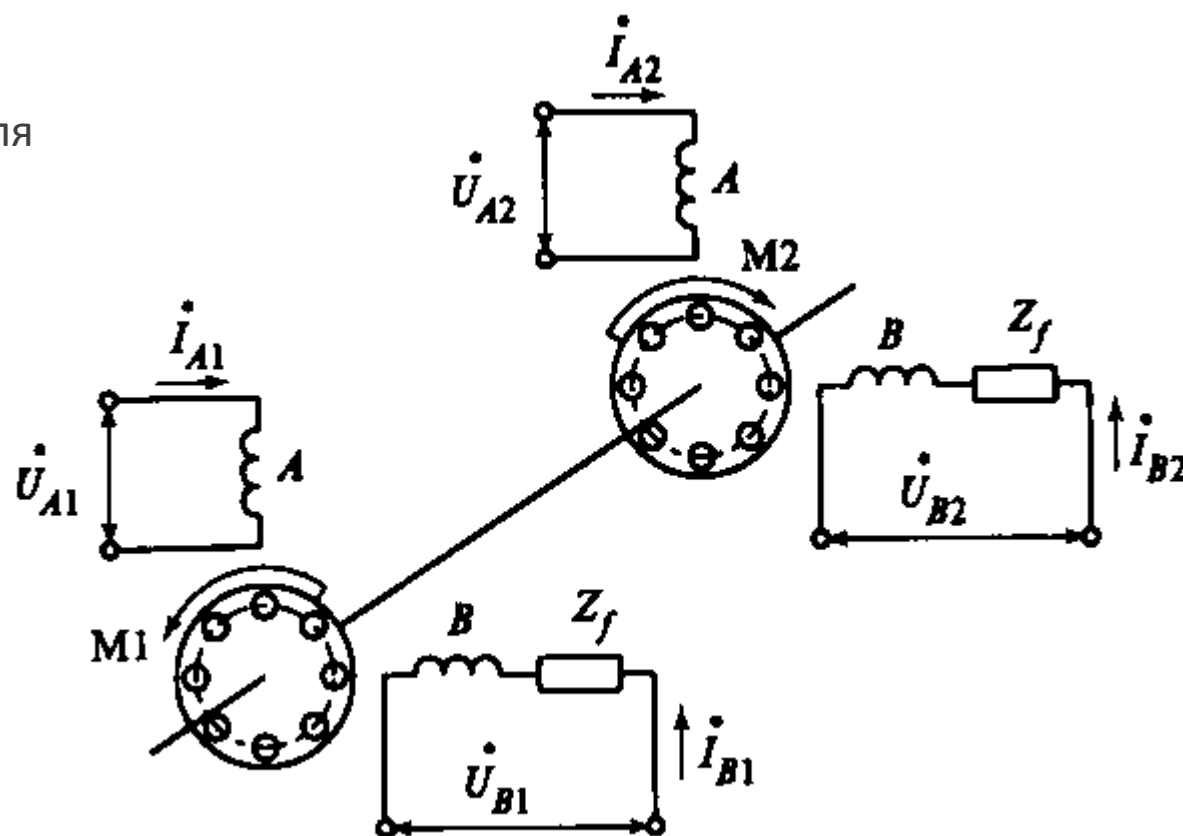
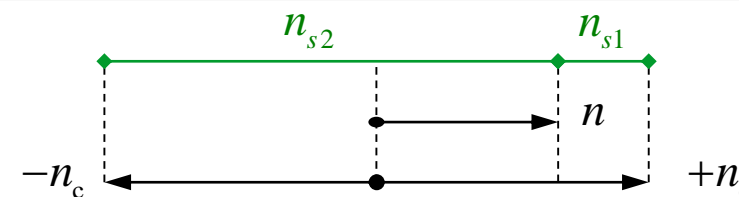
$$s_1 = \frac{n_{s1}}{n_c} = \frac{n_c - n}{n_c} = s$$

- » скорость скольжения ротора относительно обратного поля

$$n_{s2} = 2n_c - n_{s1}$$

- » скольжение ротора относительно обратного поля

$$s_2 = \frac{n_{s2}}{n_c} = \frac{2n_c - n_{s1}}{n_c} = 2 - s$$

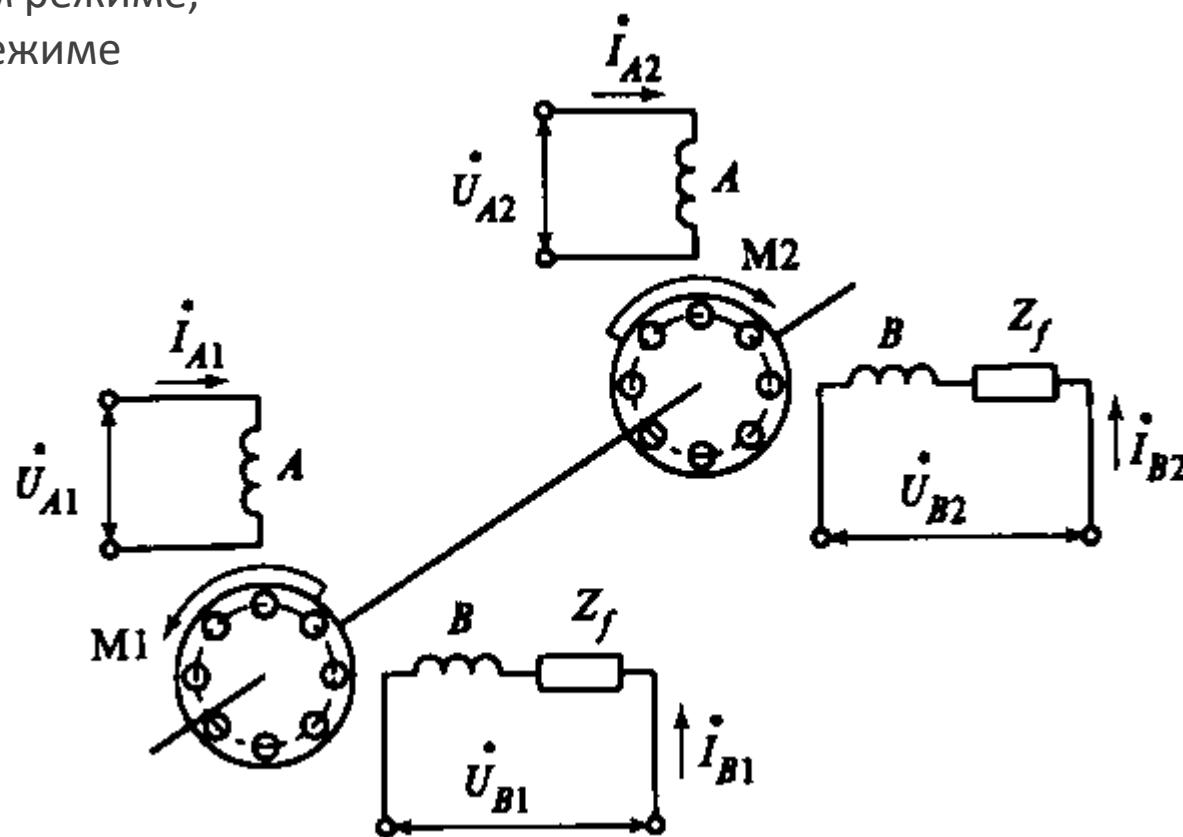


Схемы замещения асинхронных машин

Для исследования двухфазной несимметричной машины необходимо использовать четыре схемы замещения

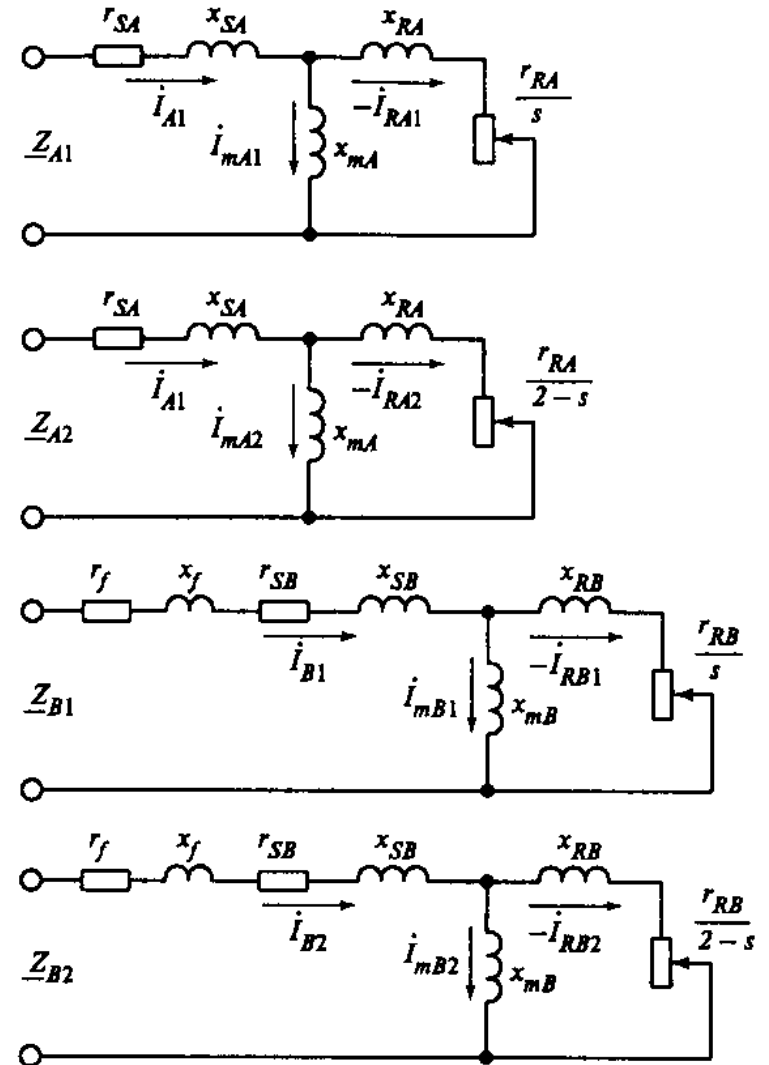
Если машина 1 со скольжением s работает в двигательном режиме, то машина 2 со скольжением $2-s$ работает в тормозном режиме

- » Для машины 1 схемы замещения фаз A и B токам прямой последовательности I_{A1}, I_{B1} будут аналогичны схеме замещения обычного (симметричного) АД при скольжении s
- » Для машины 2 схемы замещения фаз A и B токам обратной последовательности I_{A2}, I_{B2} будут отличаться только скольжением ротора ($2-s$ вместо s)



Схемы замещения асинхронных машин

- » Схема замещения сопротивления фазы A токам прямой последовательности Z_{A1}
- » Схема замещения сопротивления фазы A токам обратной последовательности Z_{A2}
- » Схема замещения сопротивления фазы B токам прямой последовательности Z_{B1}
- » Схема замещения сопротивления фазы B токам обратной последовательности Z_{B2}

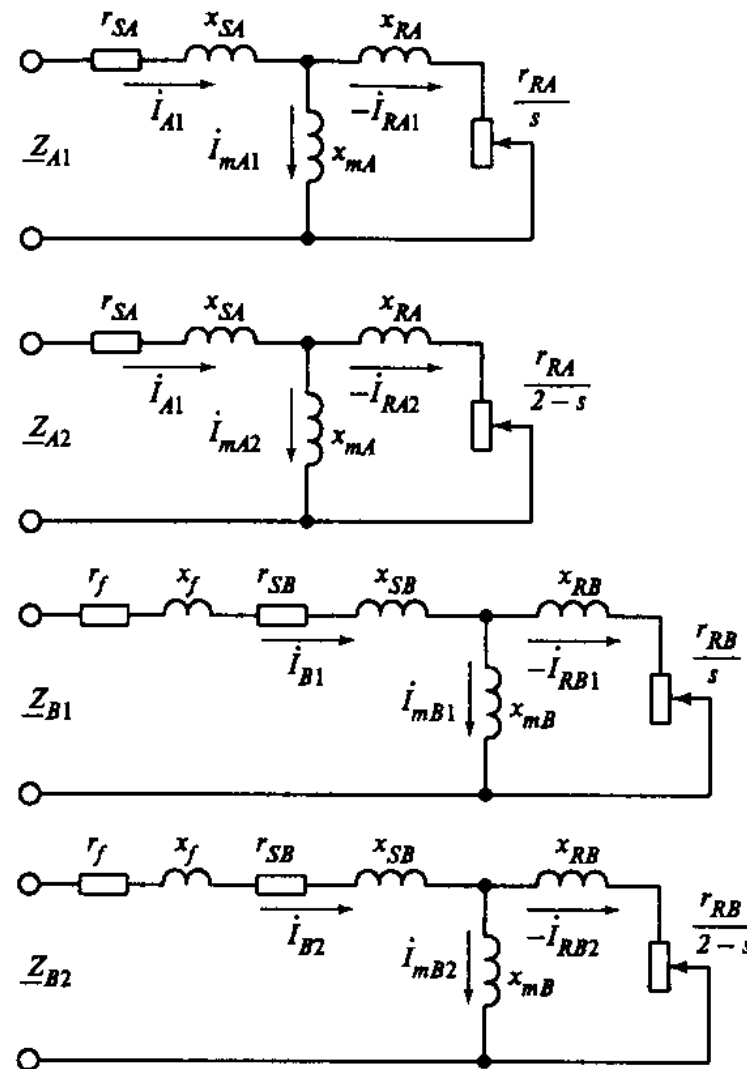


Схемы замещения асинхронных машин

Упрощение:

Ветви намагничивания содержат только индуктивные сопротивления – отсутствуют активные сопротивления, моделирующие потери в стали

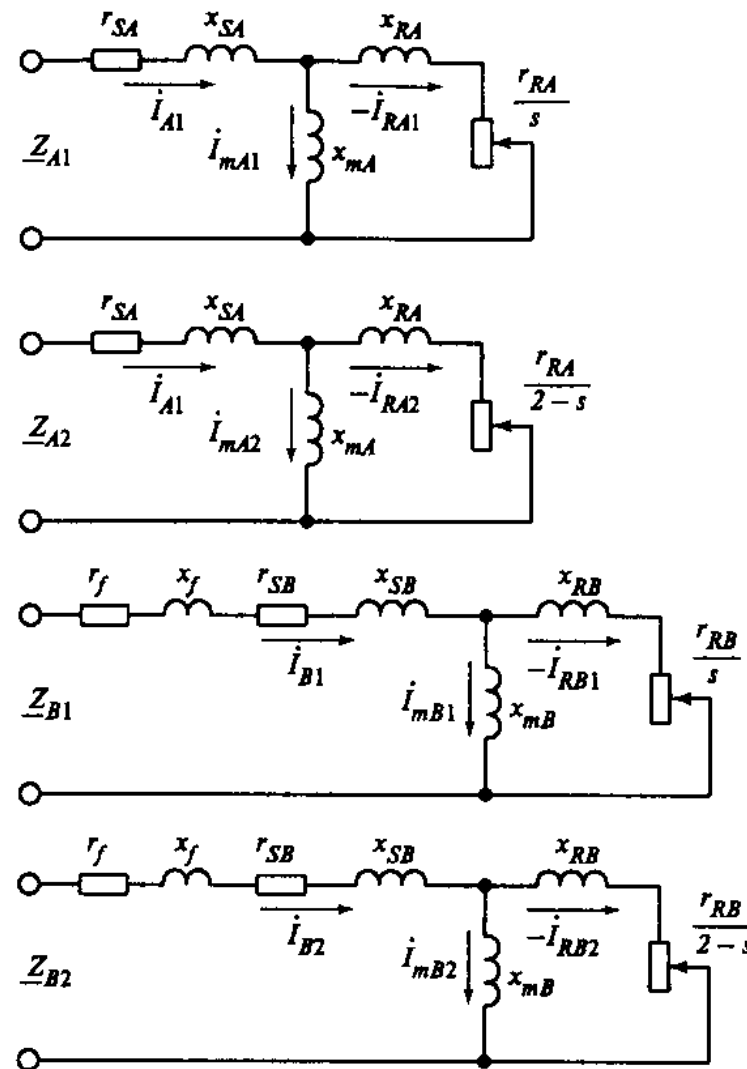
- » Потери в стали в микромашинах незначительны
- » Учет потерь в стали нужен при расчете КПД
- » Потери в стали в микромашинах учитывают другим способом



Схемы замещения асинхронных машин

Здесь

- » r_{SA}, r_{SB} – активные сопротивления фаз A и B статора
- » x_{SA}, x_{SB} – индуктивные сопротивления рассеяния фаз A и B статора (определяются потоками рассеяния фаз статора)
- » r_f, x_f – активное и реактивное сопротивления фазосдвигающего элемента
- » x_{mA} – индуктивное сопротивление взаимной индукции фазы A (определяется основным потоком)
- » x_{mB} – индуктивное сопротивление взаимной индукции фазы B (определяется основным потоком)
- » r_{RA} – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы A
- » r_{RB} – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы B
- » x_{RA} – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы A
- » x_{RB} – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы B



Преобразование схем замещения

асинхронных
микродвигателей

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы B через параметры фазы A позволяет уменьшить число схем замещения
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

Первый случай

Фазы A и B занимают одинаковое число пазов ($N_{ZA} = N_{ZB}$), имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{3A} = k_{3B}$), обмоточные коэффициенты ($k_{oA} = k_{oB}$) и равные средние длины витков ($l_{wA} = l_{wB}$), но разное число витков ($w_{\phi A} \neq w_{\phi B}$)

Воспользуемся отношением чисел витков $k = \frac{w_B}{w_A} = \frac{w_{\phi B} k_{oB}}{w_{\phi A} k_{oA}} = \frac{w_{\phi B}}{w_{\phi A}}$ Внимание! В разных учебниках разное определение k → разные формулы!

Индуктивное сопротивление обмотки $x = \omega L \sim 2\pi f w^2 \Lambda_m$

При одинаковых магнитных проводимостях по осям обмоток $\frac{x_{SB}}{x_{SA}} = \frac{w_B^2}{w_A^2} = k^2$ т.е. $x_{SB} = k^2 x_{SA}$ аналогично $x_{mB} = k^2 x_{mA}$

Сопротивления обмотки ротора приведены к числу витков обмотки статора, т.е. пропорциональны w^2

Тогда $\frac{r_{RB}}{r_{RA}} = \frac{w_B^2}{w_A^2} = k^2$ т.е. $r_{RB} = k^2 r_{RA}$ аналогично $x_{RB} = k^2 x_{RA}$

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы B через параметры фазы A позволяет уменьшить число схем замещения
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

Первый случай

Фазы A и B занимают одинаковое число пазов ($N_{ZA} = N_{ZB}$), имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{3A} = k_{3B}$), обмоточные коэффициенты ($k_{oA} = k_{oB}$) и равные средние длины витков ($l_{wA} = l_{wB}$), но разное число витков ($w_{\phi A} \neq w_{\phi B}$)

Активные сопротивления обмоток статора:

Одинаковые пазы и k_3 → одинаковые площади поперечного сечения меди обмоток

Тогда при разном w_{ϕ} сечения проводников фаз
обратно пропорциональны числу витков в фазе

$$\frac{q_A}{q_B} = \frac{w_{\phi B}}{w_{\phi A}} = k \quad \text{т.е.} \quad q_B = \frac{q_A}{k}$$

При равенстве длин витков $r_{SB} = \frac{\rho l_{wB} w_{\phi B}}{q_B} = \frac{\rho l_{wA} w_{\phi A} k}{q_A/k}$ т.е. $r_{SB} = k^2 r_{SA}$

Однако, ряд диаметров обмоточных проводов дискретен $\frac{q_A}{q_B} = t \neq k$

Тогда $r_{SB} = k t r_{SA}$

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы B через параметры фазы A позволяет уменьшить число схем замещения
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

Второй случай

Фазы A и B занимают разное число пазов ($N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$), но имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{3A} = k_{3B}$), т.е. одинаковое сечение меди в пазах ($Q_{пA} = Q_{пB}$)

При разном числе витков общая площадь поперечного сечения проводников каждой фазы

$$Q_A = q_A w_{\phi A} = q_A \frac{w_A}{k_{oA}} = Q_{пA} N_{ZA} \quad Q_B = q_B w_{\phi B} = q_B \frac{w_B}{k_{oB}} = Q_{пB} N_{ZB}$$

Площади поперечного сечения проводников фаз

$$q_A = \frac{Q_{пA} N_{ZA}}{w_A / k_{oA}} \quad q_B = \frac{Q_{пB} N_{ZB}}{w_B / k_{oB}}$$

С учетом $N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$ запишем $q_B = \frac{q_A k_{oB}}{k_{oA} a k}$

Число реальных витков в фазе выразим как $w_{\phi B} = \frac{k w_{\phi A} k_{oA}}{k_{oB}}$

Тогда активное сопротивление фазы статора $r_{SB} = \frac{\rho l_{wB} w_{\phi B}}{q_B} = \frac{\rho l_{wA} w_{\phi A}}{q_A} a k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2$ т.е. $r_{SB} = a k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA}$

С учетом дискретности ряда диаметров обмоточных проводов $\frac{q_A}{q_B} = t \neq k$ запишем $r_{SB} = a k t \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA}$

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы B через параметры фазы A позволяет уменьшить число схем замещения
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

Второй случай

Фазы A и B занимают разное число пазов ($N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$), но имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{3A} = k_{3B}$), т.е. одинаковое сечение меди в пазах ($Q_{пA} = Q_{пB}$)

Индуктивное сопротивление рассеяния статора:

пропорционально w^2 и обратно пропорционально числу пазов на полюс и фазу q (т.е. N_Z)

$$\frac{x_{SB}}{x_{SA}} = \left(\frac{w_{\phi B}}{w_{\phi A}} \right)^2 \frac{N_{ZA}}{N_{ZB}} = a \left(\frac{w_B k_{oA}}{w_A k_{oB}} \right)^2 = a k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 \quad \text{т.е.} \quad \underline{x_{SB} = a k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA}}$$

Сопротивления фаз ротора
(приведенные к числам витков фаз статора)
не меняются

$$\underline{r_{RB} = k^2 r_{RA}}$$

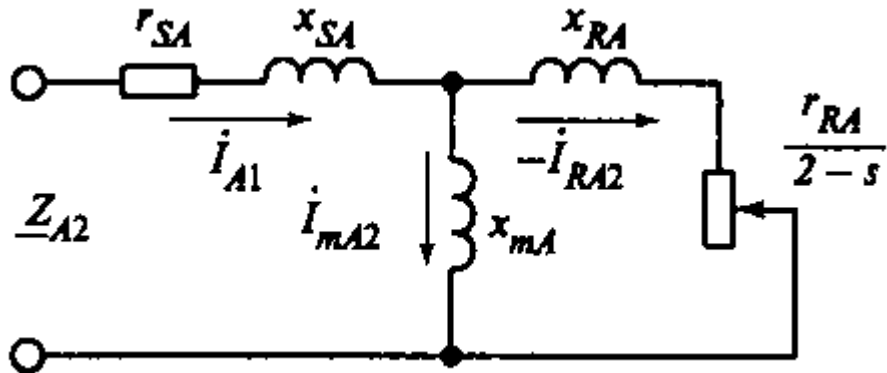
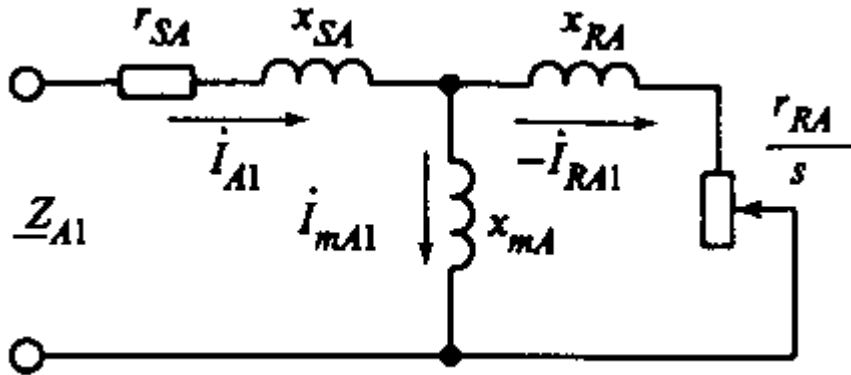
$$\underline{x_{RB} = k^2 x_{RA}}$$

$$\underline{x_{mB} = k^2 x_{mA}}$$

Если фазы расположены в разных пазах (по форме / по размерам), то приведение невозможно, надо учитывать сопротивления всех фаз в явном виде

Преобразование схем замещения

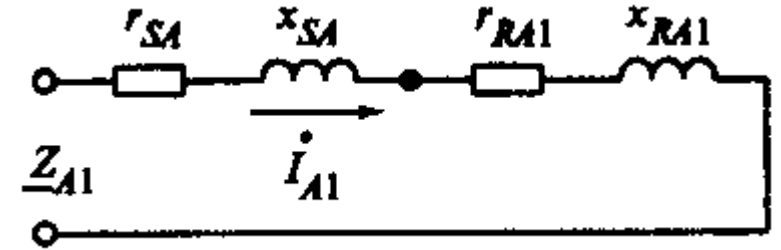
Для упрощения расчетов два параллельных сопротивления ветви намагничивания и обмотки ротора заменяют одним *сопротивлением разветвления*



Для обратной последовательности выражения аналогичны, но вместо s надо использовать $(2-s)$

Полное сопротивление разветвления фазы А для токов прямой последовательности

$$Z_{RA1} = \frac{jx_{mA} \left(\frac{r_{RA}}{s} + jx_{RA} \right)}{jx_{mA} + \left(\frac{r_{RA}}{s} + jx_{RA} \right)}$$



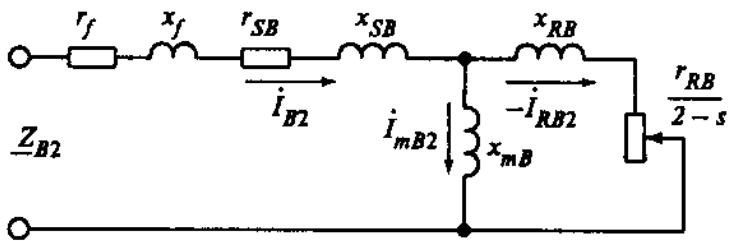
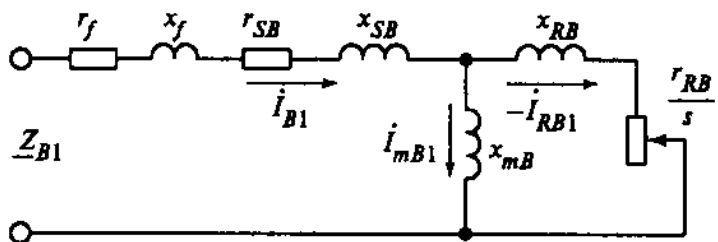
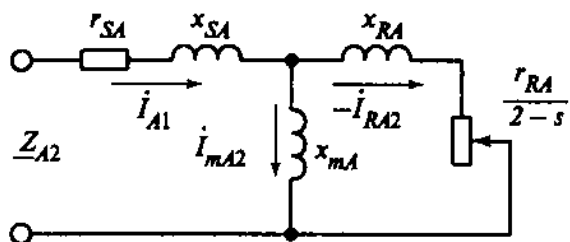
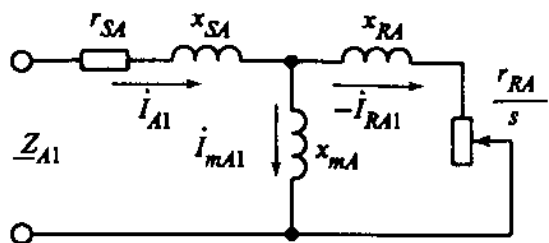
Его активная и реактивная составляющие

$$r_{RA1} = \frac{s x_{mA}^2 r_{RA}}{r_{RA}^2 + s^2 (x_{mA} + x_{RA})^2}$$

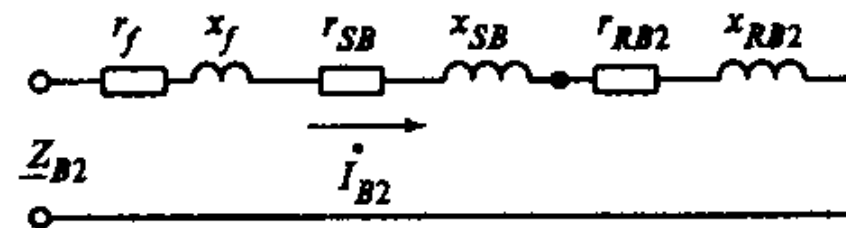
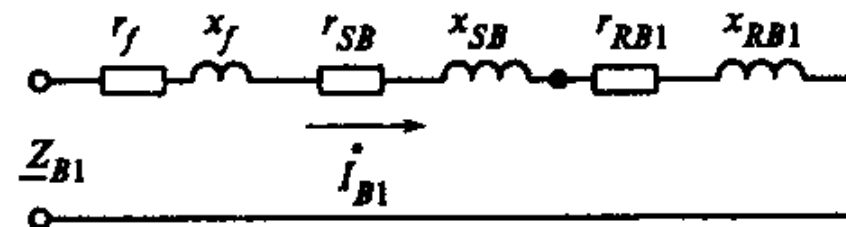
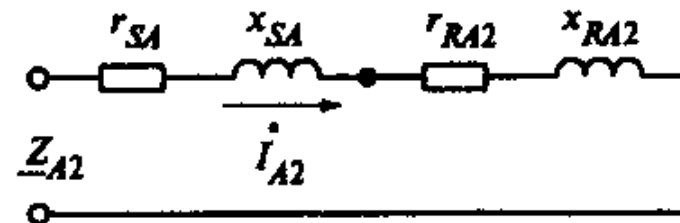
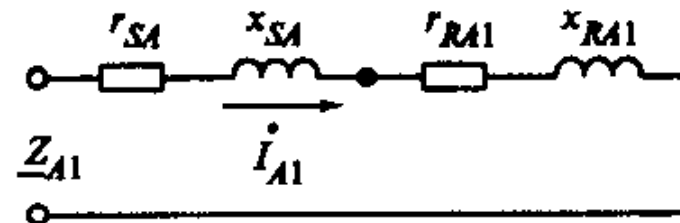
$$x_{RA1} = \frac{x_{mA} r_{RA}^2 + s^2 x_{mA} x_{RA} (x_{mA} + x_{RA})}{r_{RA}^2 + s^2 (x_{mA} + x_{RA})^2}$$

Сопротивления разветвления непостоянны, т.к. зависят от s ! (т.е. от режима работы / нагрузки)

Преобразование схем замещения



Использование
сопротивления
разветвления



Преобразование схем замещения

Использование
сопротивления
разветвления

$$Z_{A1} = (r_{SA} + r_{RA1}) + j(x_{SA} + x_{RA1})$$

$$Z_{A2} = (r_{SA} + r_{RA2}) + j(x_{SA} + x_{RA2})$$

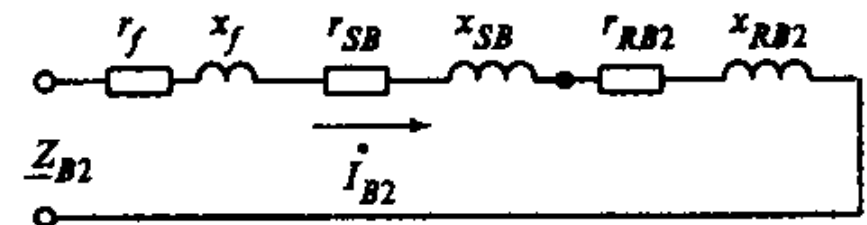
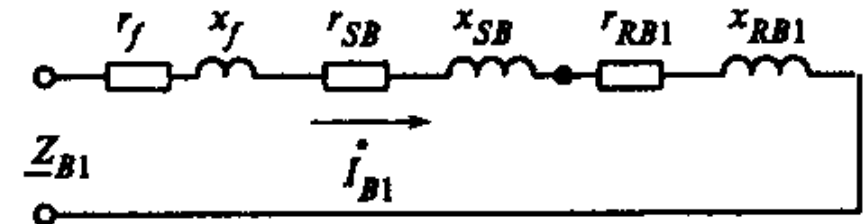
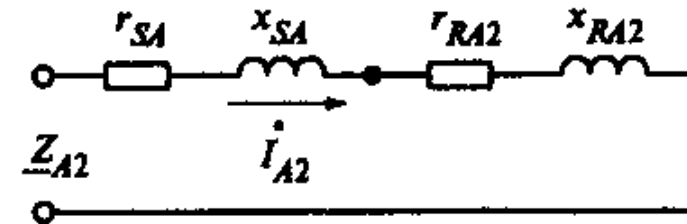
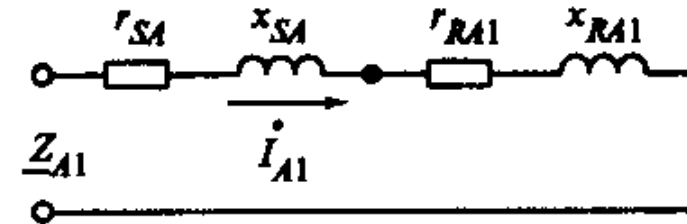
$$Z_{B1} = (r_f + r_{SB} + r_{RB1}) + j(\pm x_f + x_{SB} + x_{RB1})$$

$$Z_{B2} = (r_f + r_{SB} + r_{RB2}) + j(\pm x_f + x_{SB} + x_{RB2})$$

Знак x_f определяется характером
фазосдвигающего элемента:

« $+x_f$ » для индуктивного

« $-x_f$ » для ёмкостного



Преобразование схем замещения

Обычно удается выразить параметры фазы B через параметры фазы A

Например, для первого случая, когда $N_{ZA} = N_{ZB}$, $k_{oA} = k_{oB}$ и $t = k$

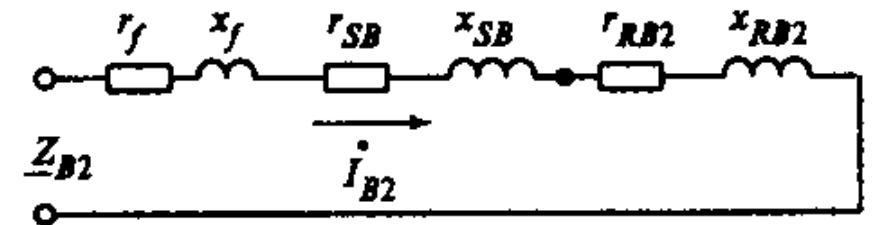
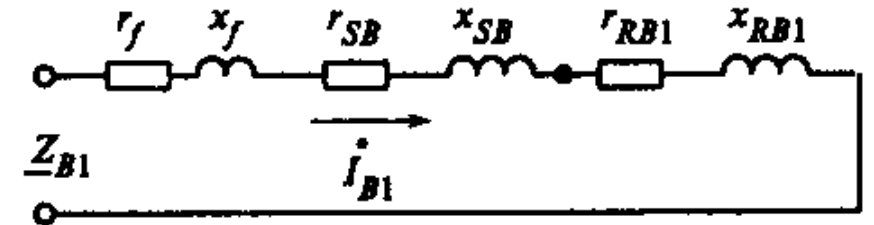
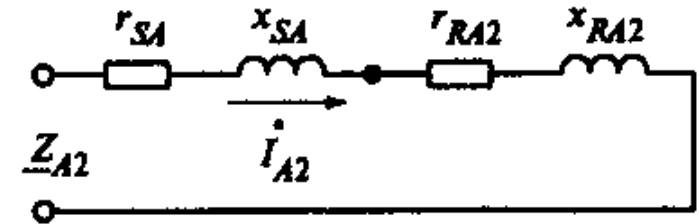
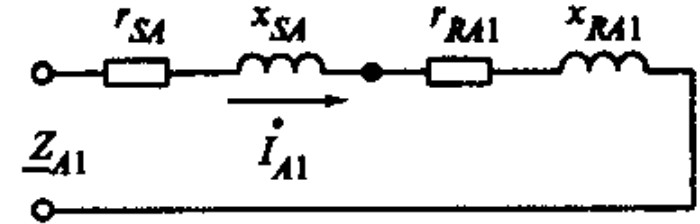
$$Z_{B1} = (r_f + k^2 r_{A1}) + j(\pm x_f + k^2 x_{A1}) = Z_f + k^2 Z_{A1}$$

$$Z_{B2} = (r_f + k^2 r_{A2}) + j(\pm x_f + k^2 x_{A2}) = Z_f + k^2 Z_{A2}$$

Если же $N_{ZA} \neq N_{ZB}$ и $t \neq k$

$$Z_{B1} = \left[r_f + a k t \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA} + k^2 r_{RA1} \right] + j \left[\pm x_f + a k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA} + k^2 x_{RA1} \right]$$

$$Z_{B2} = \left[r_f + a k t \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA} + k^2 r_{RA2} \right] + j \left[\pm x_f + a k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA} + k^2 x_{RA2} \right]$$



Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

Для этого параметры фазы B должны быть приведены к числу витков фазы A

$$r'_{SB} = \frac{r_{SB}}{k^2} \quad x'_{SB} = \frac{x_{SB}}{k^2} \quad Z'_f = \frac{Z_f}{k^2}$$
$$x'_{mB} = \frac{x_{mB}}{k^2} \quad x'_{RB} = \frac{x_{RB}}{k^2} \quad r'_{RB} = \frac{r_{RB}}{k^2}$$

Здесь сопротивления ветвей разветвления фазы B равны соответствующим параметрам фазы A

$$Z'_{RB} = Z_{RA} : \quad r'_{RB} = r_{RA} \quad x'_{RB} = x_{RA} \quad x'_{mB} = x_{mA}$$

различаются только сопротивления обмотки статора

$$Z'_{SB} \neq Z_{SA}$$

В приведенной машине не только токи, но и напряжения образуют симметричные системы векторов

$$i'_{B1} = k i_{B1} = j i_{A1} \quad i'_{B2} = k i_{B2} = -j i_{A2}$$
$$\dot{U}'_{B1} = \frac{\dot{U}_{B1}}{k} = j \dot{U}_{A1} \quad \dot{U}'_{B2} = \frac{\dot{U}_{B2}}{k} = -j \dot{U}_{A2}$$

Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

Полные сопротивления фаз для токов прямой и обратной последовательности

$$\begin{aligned} Z_{A1} &= Z_{SA} + Z_{RA1} & Z_{A2} &= Z_{SA} + Z_{RA2} \\ Z_{B1} &= Z'_f + Z'_{SB} + Z_{RA1} & Z_{B2} &= Z'_f + Z'_{SB} + Z_{RA2} \end{aligned}$$

Уравнения равновесия напряжений фаз

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} \\ \dot{U}'_B = \dot{U}'_{B1} + \dot{U}'_{B2} \end{cases} \begin{array}{l} \longrightarrow \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1} Z_{A1} + \dot{I}_{A2} Z_{A2} \\ \longrightarrow \dot{U}'_{B1} + \dot{U}'_{B2} = \dot{I}'_{B1} Z'_{B1} + \dot{I}'_{B2} Z'_{B2} = j\dot{I}_{A1} Z'_{B1} - j\dot{I}_{A2} Z'_{B2} \\ \longrightarrow \dot{U}'_{B1} + \dot{U}'_{B2} = j\dot{U}_{A1} - j\dot{U}_{A2} \end{array}$$

произведем замену

Перепишем уравнения

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1} Z_{A1} + \dot{I}_{A2} Z_{A2} \\ \dot{U}_{A1} - \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1} Z'_{B1} - \dot{I}_{A2} Z'_{B2} \end{cases}$$

Выразим составляющие напряжения

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = 0,5\dot{I}_{A1}(Z_{A1} + Z'_{B1}) + 0,5\dot{I}_{A2}(Z_{A2} - Z'_{B2}) \\ \dot{U}_{A2} = 0,5\dot{I}_{A1}(Z_{A1} - Z'_{B1}) + 0,5\dot{I}_{A2}(Z_{A2} + Z'_{B2}) \end{cases}$$

Подставим сопротивления фазы B

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1} Z_{SA} + \dot{I}_{A1} Z_{RA1} + 0,5(\dot{I}_{A1} - \dot{I}_{A2})(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) \\ \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A2} Z_{SA} + \dot{I}_{A2} Z_{RA2} - 0,5(\dot{I}_{A1} - \dot{I}_{A2})(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) \end{cases}$$

Выделим общее сопротивление

$$0,5(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) = 0,5 \left(\frac{Z'_f + Z'_{SB}}{k^2} - Z_{SA} \right)$$

Обозначим его Z_U

Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

С учетом общего Z_U можно уравнения записать в виде

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1}(Z_{SA} + Z_{RA1} + Z_U) - \dot{I}_{A2}Z_U \\ \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A2}(Z_{SA} + Z_{RA2} + Z_U) - \dot{I}_{A1}Z_U \end{cases}$$

Такой системе уравнений соответствует схема замещения

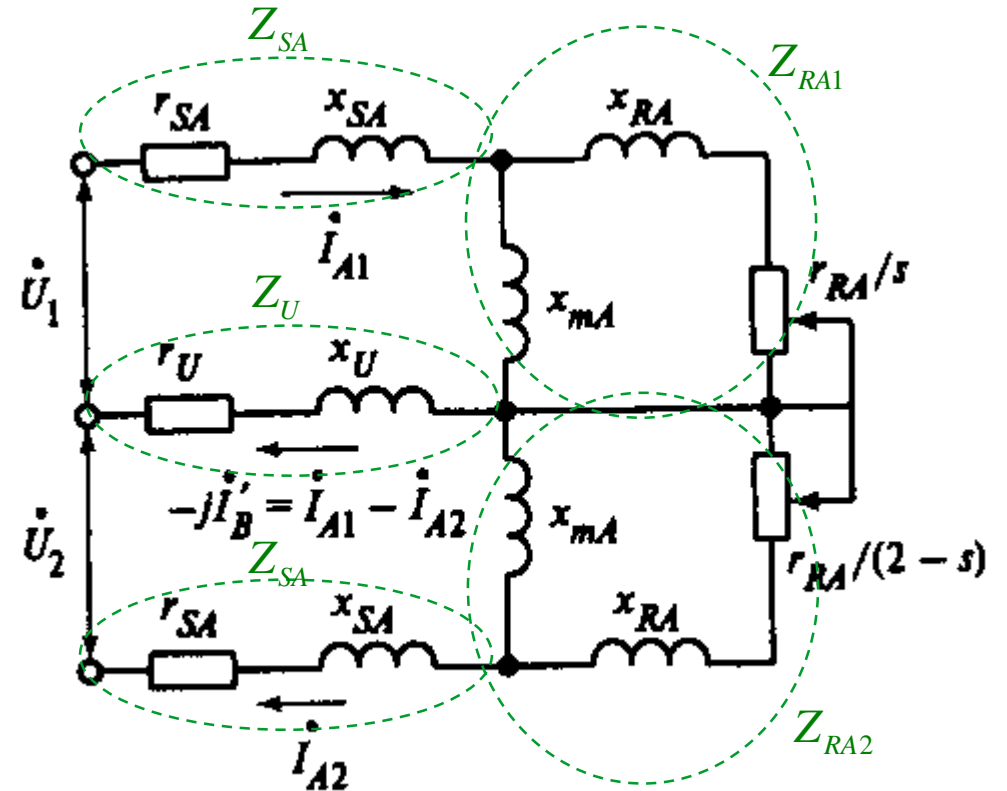
В ней
$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_A - j\dot{U}'_B}{2} \quad \dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_A + j\dot{U}'_B}{2}$$

Из совмещенной схемы замещения легко найти токи

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_1(Z_{A2} + Z_U) + \dot{U}_2Z_U}{(Z_{A1} + Z_U)(Z_{A2} + Z_U) - Z_U^2}$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_2(Z_{A1} + Z_U) + \dot{U}_1Z_U}{(Z_{A1} + Z_U)(Z_{A2} + Z_U) - Z_U^2}$$

Совмещенная схема используется при математическом моделировании установившихся режимов работы несимметричных асинхронных машин

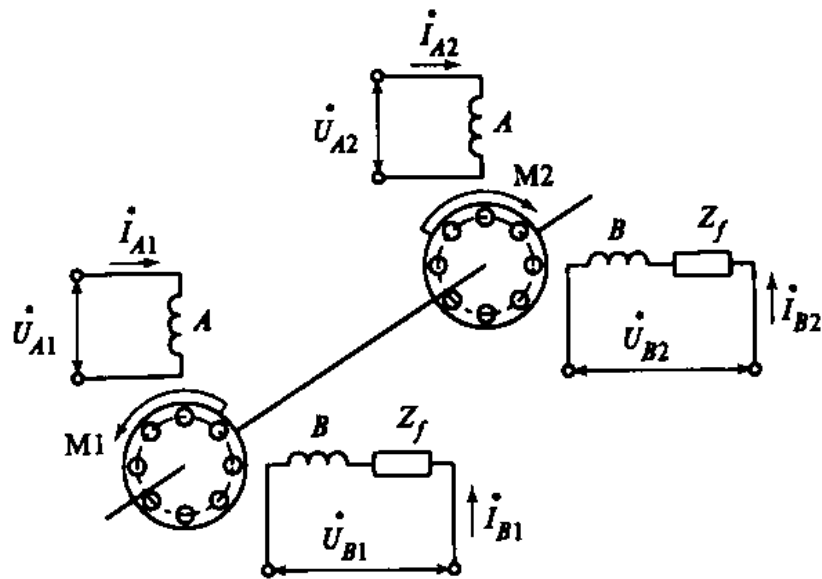


Электромагнитная МОЩНОСТЬ И МОМЕНТ

несимметричного АД

Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

Двухфазная несимметричная асинхронная машина при n от 0 до n_c
находится в режиме двигателя относительно прямовращающегося поля (s от 0 до 1)
и в режиме тормоза относительно обратновращающегося поля (s_2 от 1 до 2)



Как прямая, так и обратная последовательности по-отдельности образуют круговые вращающиеся поля, при которых процессы описываются традиционными уравнениями АД

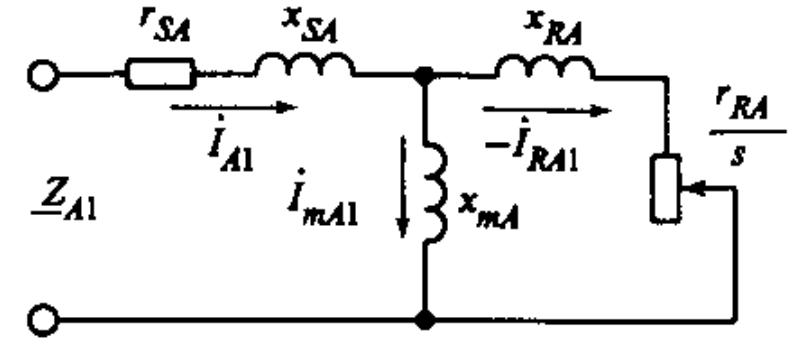
В АД электромагнитные мощности прямой последовательности $P_{ЭМ1}$ и обратной последовательности $P_{ЭМ2}$ поступают от статора к ротору

Полная электромагнитная мощность $P_{ЭМ} = P_{ЭМ1} + P_{ЭМ2}$

Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

Согласно схеме замещения электромагнитная мощность может быть выражена через электрические потери в эквивалентном активном сопротивлении ротора

При круговом поле обе фазы статора одинаково участвуют в передаче электромагнитной мощности к ротору



$$P_{\text{ЭМ1}} = P_{\text{ЭМА1}} + P_{\text{ЭМВ1}} = I_{RA1}^2 \frac{r_{RA}}{s} + I_{RB1}^2 \frac{r_{RB}}{s}$$

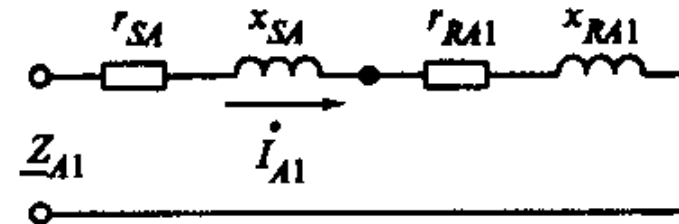
$$P_{\text{ЭМ2}} = P_{\text{ЭМА2}} + P_{\text{ЭМВ2}} = I_{RA2}^2 \frac{r_{RA}}{2-s} + I_{RB2}^2 \frac{r_{RB}}{2-s}$$

Если выразить параметры фазы В $r_{RB} = k^2 r_{RA}$ и учесть $I_{RB1} = \frac{I_{RA1}}{k}$ $I_{RB2} = \frac{I_{RA2}}{k}$

можно записать электромагнитные мощности как $P_{\text{ЭМ1}} = 2I_{RA1}^2 \frac{r_{RA}}{s}$ $P_{\text{ЭМ2}} = 2I_{RA2}^2 \frac{r_{RA}}{2-s}$ (через токи роторной ветви)

В преобразованных схемах замещения можно выразить $P_{\text{ЭМ}}$ через статорные токи и сопротивления разветвления

$$P_{\text{ЭМ1}} = 2I_{A1}^2 r_{RA1} \quad P_{\text{ЭМ2}} = 2I_{A2}^2 r_{RA2}$$



Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

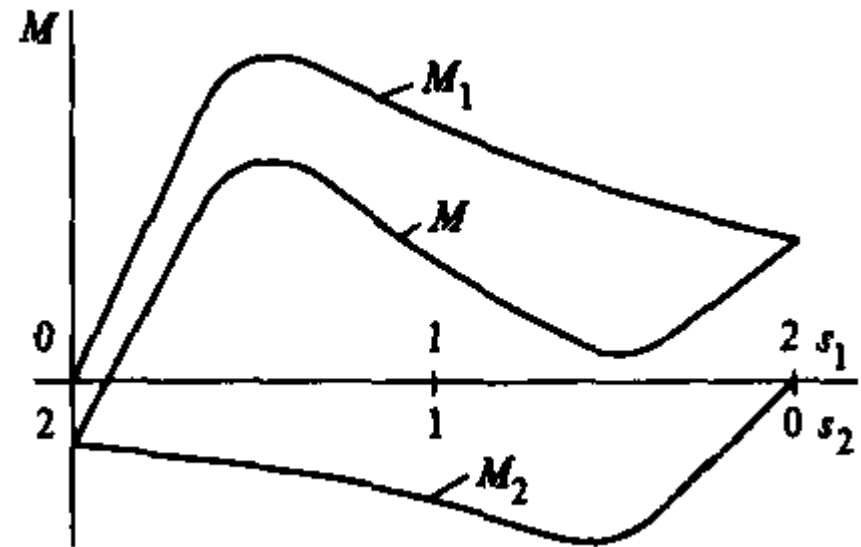
Электромагнитный вращающий момент $M = \frac{P_{\text{ЭМ}}}{\Omega_c}$

При эллиптическом поле электромагнитный момент $M = \frac{P_{\text{ЭМ1}}}{\Omega_c} + \frac{P_{\text{ЭМ2}}}{-\Omega_c} = M_1 + M_2$

или $M = \frac{2I_{A1}^2 r_{RA1}}{\Omega_c} - \frac{2I_{A2}^2 r_{RA2}}{\Omega_c}$

Механическая характеристика несимметричного АД при эллиптическом поле также может быть представлена в виде суммы двух характеристик $M_1(s)$ и $M_2(s)$

Такой «механистический» подход не учитывает взаимного влияния полей (ослабления токов обратной последовательности полем прямой последовательности) Но лишь слегка занижает результирующий момент



Особенности механической характеристики несимметричного АД – $M(s)$ по сравнению с симметричным АД – $M_1(s)$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

несимметричного АД

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Потери в стали

зависят от свойств материала (удельные потери), индукции и частоты перемагничивания

$$P_c \sim B^2 f^{1,3}$$

ЭДС, наводимые прямо- и обратновращающимися полями, пропорциональны соответствующим индукциям

Поэтому соотношение потерь в стали определяется соотношением

$$\frac{P_{cS1}}{P_{cS2}} = \frac{P_{cR1}}{P_{cR2}} = \frac{E_{A1}^2}{E_{A2}^2}$$

При неподвижном роторе ($K3, s = 1$) оба поля вращаются с одинаковыми скоростями относительно статора и ротора

Найденные экспериментально потери в стали при КЗ

можно разделить между составляющими

$$P_{cSк} = P_{cS1к} + P_{cS2к}$$

$$P_{cRк} = P_{cR1к} + P_{cR2к}$$

$$\frac{P_{cS1к}}{P_{cS2к}} = \frac{P_{cR1к}}{P_{cR2к}} = \frac{E_{A1к}^2}{E_{A2к}^2} = \frac{I_{A1к}^2}{I_{A2к}^2} = k_{iк}$$

$$P_{cS1к} = \frac{P_{cSк} k_{iк}}{1 + k_{iк}} \quad P_{cS2к} = \frac{P_{cSк}}{1 + k_{iк}}$$

$$P_{cR1к} = \frac{P_{cRк} k_{iк}}{1 + k_{iк}} \quad P_{cR2к} = \frac{P_{cRк}}{1 + k_{iк}}$$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Потери в стали

При вращении ротора частота перемагничивания стали статора полями прямой и обратной последовательности одинакова, а частоты перемагничивания стали ротора пропорциональны s и $(2-s)$ соответственно

Потери в стали статора при любой скорости ротора

$$P_{cS1} = P_{cS1к} \frac{E_{A1}^2}{E_{A1к}^2} = P_{cSк} \frac{k_{e1}^2 k_{iк}^2}{1 + k_{iк}^2}$$

$$P_{cS2} = P_{cS2к} \frac{E_{A2}^2}{E_{A2к}^2} = P_{cSк} \frac{k_{e2}^2}{1 + k_{iк}^2}$$

Потери в стали ротора зависят от s

$$P_{cR1} = P_{cRк} \frac{k_{e1}^2 k_{iк}^2 s^{1,3}}{1 + k_{iк}^2}$$

$$P_{cR2} = P_{cRк} \frac{k_{e2}^2 (2-s)^{1,3}}{1 + k_{iк}^2}$$

Здесь ЭДС находят по схеме замещения

$$E_{A1} = I_{A1} Z_{RA1}$$
$$E_{A2} = I_{A2} Z_{RA2}$$

и используют их относительные значения (относительно ЭДС при КЗ)

$$k_{e1} = \frac{E_{A1}}{E_{A1к}}$$
$$k_{e2} = \frac{E_{A2}}{E_{A2к}}$$

При малых s можно пренебречь P_{cR1} , но не P_{cR2}

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Потери в стали

Для учета потерь в стали традиционно вводят активное сопротивление r_m в ветвь намагничивания схемы замещения (это усложняет расчеты)

В микромашинах потери в стали малы

Их учитывают только при оценке энергетических показателей η и $\cos\varphi$

Для этого рассчитывают дополнительный активный ток, потребляемый двигателем для покрытия потерь в стали (предположим, что потери покрываются поровну двумя фазами)

Дополнительные токи добавляются к токам, найденным по схеме замещения

$$I_{SA1} = I_{A1} + I_{A1c}$$

$$I_{SA2} = I_{A2} + I_{A2c}$$

$$I_{SB1} = I_{B1} + I_{B1c}$$

$$I_{SB2} = I_{B2} + I_{B2c}$$

Токи I_{SA1} , I_{SA2} , I_{SB1} , I_{SB2} используют для расчета потерь в обмотках статора и в Z_f (при расчете η) и для расчета $\cos\varphi$

$$I_{A1c} = \frac{P_{cS1} + P_{cR1}}{2E_{A1}}$$

$$I_{A2c} = \frac{P_{cS2} + P_{cR2}}{2E_{A2}}$$

$$I_{B1c} = \frac{I_{A1c}}{k}$$

$$I_{B2c} = \frac{I_{A2c}}{k}$$

Погрешность такого подхода:

- » E_{A1} и E_{A2} определяются по схемам замещения, которые не учитывают потери в стали
- » добавочные токи оказываются заниженными
- » погрешность составляет 2-3%

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Электрические потери

Потери в обмотках статора

$$P_{\text{эS}} = P_{\text{эSA}} + P_{\text{эSB}} = I_{\text{SA}}^2 r_{\text{SA}} + I_{\text{SB}}^2 r_{\text{SB}}$$

Потери в фазосдвигающем элементе

$$P_f = I_{\text{SB}}^2 r_f$$

Потери в обмотке ротора

» учтем все составляющие тока ротора

$$P_{\text{эR}} = P_{\text{эR1}} + P_{\text{эR2}} = I_{\text{RA1}}^2 r_{\text{RA}} + I_{\text{RB1}}^2 r_{\text{RB}} + I_{\text{RA2}}^2 r_{\text{RA}} + I_{\text{RB2}}^2 r_{\text{RB}}$$

» если удастся выразить параметры фазы B, через параметры фазы A

$$P_{\text{эR}} = P_{\text{эR1}} + P_{\text{эR2}} = 2I_{\text{RA1}}^2 r_{\text{RA}} + 2I_{\text{RA2}}^2 r_{\text{RA}}$$

» если выразить потери в роторе через электромагнитные мощности

$$P_{\text{эR}} = P_{\text{эм1}} s + P_{\text{эм2}} (2 - s)$$

» можно выразить потери в роторе через токи статора и сопротивления разветвления

$$P_{\text{эR}} = 2I_{\text{A1}}^2 r_{\text{RA1}} s + 2I_{\text{A2}}^2 r_{\text{RA2}} (2 - s)$$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Особенность несимметричной машины

Электрические потери в роторе:

- » от прямой последовательности $P_{\text{эR1}}$ – малая доля $P_{\text{эм1}}$ при малых s $P_{\text{эR1}} = P_{\text{эм1}} s$
- » от обратной последовательности $P_{\text{эR2}}$ – превышает всю $P_{\text{эм2}}$ $P_{\text{эR2}} = P_{\text{эм2}} (2 - s)$

Относительно обратной последовательности ротор находится в тормозном режиме

В режиме ЭМ тормоза АД превращает в тепло в роторе

электрическую энергию статора ($P_{\text{эм2}}$)

и механическую энергию ротора

(часть $P_{\text{эм1}}$, создающей вращающий момент)

Часть $P_{\text{эм1}}$, которая тратится на покрытие потерь $P_{\text{эR2}}$ от обратной последовательности (недостающая часть $P_{\text{эR2}}$)

$$\Delta P_{\text{эR2}} = P_{\text{эR2}} - P_{\text{эм2}} = 2I_{A2}^2 r_{RA2} (2 - s) - 2I_{A2}^2 r_{RA2} = 2I_{A2}^2 r_{RA2} (1 - s)$$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Энергетическая диаграмма

Активная мощность, потребляемая из сети

$$P_{SA} = U_A I_{SA} \cos \varphi_A \quad P_{SB} = U_B I_{SB} \cos \varphi_B$$

где коэффициент мощности

$$\cos \varphi_A = I_{SAa} / I_{SA} \quad \cos \varphi_B = I_{SBa} / I_{BA}$$

Полная механическая мощность
двухфазного несимметричного двигателя

$$\begin{aligned} P'_R &= P_{\text{ЭМ1}} - P_{\text{эR1}} - \Delta P_{\text{эR2}} \\ &= 2I_{A1}^2 r_{RA1} - 2I_{A1}^2 r_{RA1} s - 2I_{A2}^2 r_{RA2} (1-s) = (2I_{A1}^2 r_{RA1} - 2I_{A2}^2 r_{RA2}) \cdot (1-s) \end{aligned}$$

Полезная мощность на валу
(с учетом механических потерь:
трение в подшипниках,
вентиляционные потери)

$$P_R = P'_R - P_{\text{мех}}$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_R}{P_S} = \frac{P_R}{P_{SA} + P_{SB}}$$

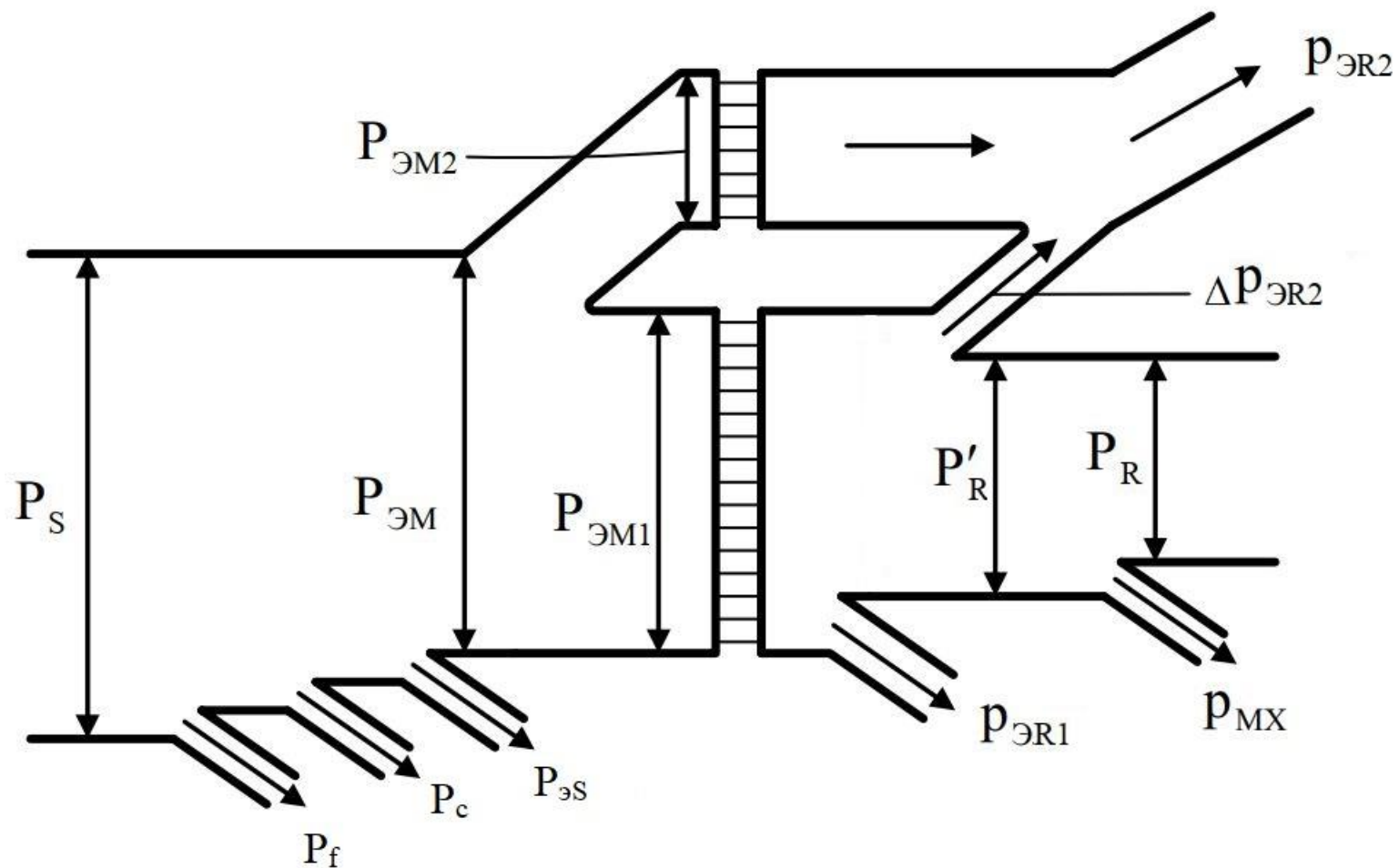
Обычно не учитываются добавочные потери

- » от вытеснения тока
- » пульсационные
- » от перемагничивания стали потоками рассеяния

Все они не более 0,5% от P_S ,
что для микромашин очень мало


Потери мощности и энергетическая диаграмма

Энергетическая диаграмма




Далее

Асинхронные микродвигатели общего назначения

 Ширинский С.В.
каф. ЭМЭЭА, НИУ «МЭИ»

 ShirinskiiSV@mpei.ru

 elmech.mpei.ac.ru/EMAU/
(srv0-5.mpei.ac.ru/EMAU/)

