

Моделирование на ЭВМ магнитного поля в гладком воздушном зазоре.

Предварительные замечания.

В лабораторной работе моделируется поле в воздушном зазоре, разделяющем два гладких сердечника. Один из сердечников возбужден. На лекциях были получены аналитические выражения, с помощью которых магнитные поля в таких зазорах могут быть рассчитаны как для плоских, так и для цилиндрических сердечников (решение проводилось методом разделения переменных).

В действительности, сердечники электрических машин, как правило, бывают не гладкими, а зубчатыми, содержащими пазы, в которые уложены обмотки. Приведение к равномерному зазору в этом случае может быть осуществлено с помощью коэффициента Картера. Таким образом, рассмотрение гладких сердечников можно считать одним из упрощающих допущений.

Другим важным допущением является предположение о бесконечно большой магнитной проницаемости сердечников, что позволяет применить достаточно простые граничные условия и решить задачу аналитически.

О граничных условиях.

При аналитическом решении полевой задачи обычно рассматриваются уравнения Лапласа, в которых искомой функцией является либо скалярный магнитный потенциал ψ , либо функция потока φ . Напомним, что линии уровня этих функций образуют ортогональную сетку, в известном смысле ортогональными являются и граничные условия для этих функций.

На рис. 1 представлена задача о поле в равномерном плоском зазоре при заданных потенциалах сердечников. На верхней и нижней границах области заданы условия Дирихле вида $\psi = \text{const}$, слева и справа область задачи не ограничена. При формулировке этой же задачи с помощью функции потока на верхней и нижней границах следовало бы задать однородные условия

Неймана $\partial\phi/\partial n = 0$, означающие, что силовые линии поля подходят к поверхностям сердечников с $\mu = \infty$ под прямым углом.

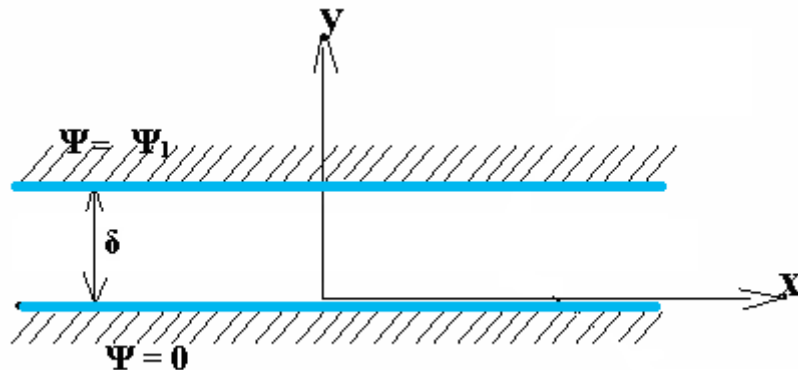


Рис. 1. Поле в плоском зазоре при заданной разности скалярных магнитных потенциалов между сердечниками

Задача может быть решена методом разделения переменных. Для скалярного потенциала и функции потока решения выглядит следующим образом:

$$\psi = \frac{\Psi_1}{\delta} y \quad \text{и} \quad \phi = \frac{\Psi_1}{\delta} x.$$

Оба решения проиллюстрированы рисунком 2.

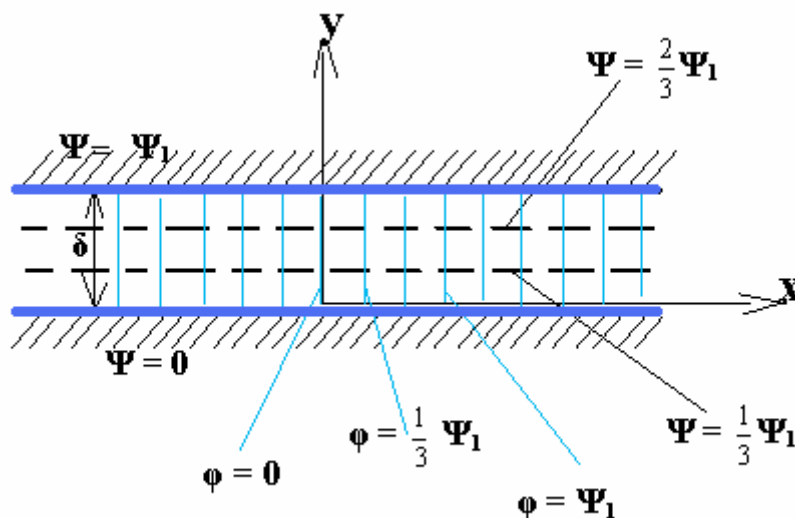


Рис. 2. Линии уровня скалярного магнитного потенциала и функции потока

Заметим, что решение этой очень простой задачи можно получить путем несложных логических рассуждений, основываясь только на предположении о равномерности свойств пространства, в котором существует поле, и на доказанной ортогональности функций φ и ψ .

Поскольку задачи, рассмотренные на лекциях, были сформулированы в терминах скалярного магнитного потенциала, а в лабораторной работе поле моделируется с помощью конечно-элементной программы *FEMM*, использующей векторный магнитный потенциал, при построении модели следует внимательно отнестись к заданию граничных условий. Учитывая, что функция потока определена через векторный магнитный потенциал:

$$\varphi = \frac{A_z}{\mu},$$

и силовые линии поля являются одновременно и линиями уровня функции потока, и эквипотенциалами векторного магнитного потенциала, в программе *FEMM* граничные условия для векторного магнитного потенциала должны задаваться такими же, как для функции потока при аналитическом решении. В частности, для прямоугольной области, представляющей плоский зазор (при ограничении области справа и слева), на верхней и нижней границах должны быть заданы однородные условия Неймана

$$\frac{\partial A_z}{\partial n} = 0,$$

(при решении магнитостатических задач это условие задается выбором типа *Small skin depth* – малая глубина проникновения, см. рис.3), а на левой и правой границах – условия Дирихле: $A_z = A_{лев}$ и $A_z = A_{прав}$. Разность потенциалов, заданных на боковых границах, определяет магнитный поток на ограниченном участке зазора. Из этого следует, что если задано значение индукции и размеры области, разность векторных магнитных потенциалов $A_{лев} - A_{прав}$ может быть рассчитана.

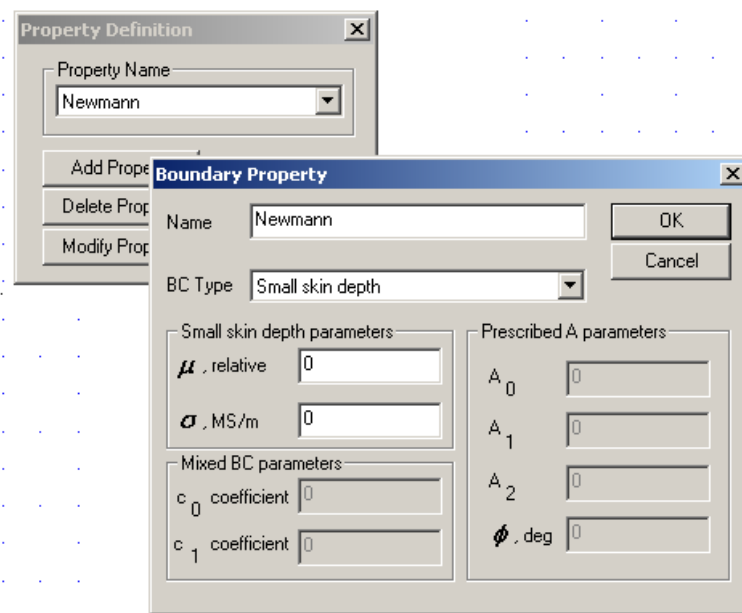


Рис. 3. Задание граничных условий Неймана для векторного магнитного потенциала

Гармоническое возбуждение сердечников

Любое изменение скалярного магнитного потенциала на поверхности сердечника означает наличие тока, протекающего по этой поверхности (или условно вынесенного на эту поверхность). Гармоническое распределение потенциала обеспечивается заданием на поверхности сердечника токового слоя с гармоническим распределением плотности тока. Если изменение скалярного магнитного потенциала на участке поверхности сердечника происходит по закону косинуса:

$$\psi_0(x) = \Psi_k \cos\left(\frac{\pi}{\tau_k} x\right) = \Psi_k \cos(\alpha x),$$

где τ_k - полюсное деление k -й гармоники, Ψ_k - амплитуда потенциала, то на поверхности сердечника должна быть задана плотность тока

$$i_{zk} = -H_{x(y=0)} = -\alpha \Psi_k \sin(\alpha x),$$

протекающего, в случае двумерного поля, в направлении, перпендикулярном плоскости задачи (рис. 4).

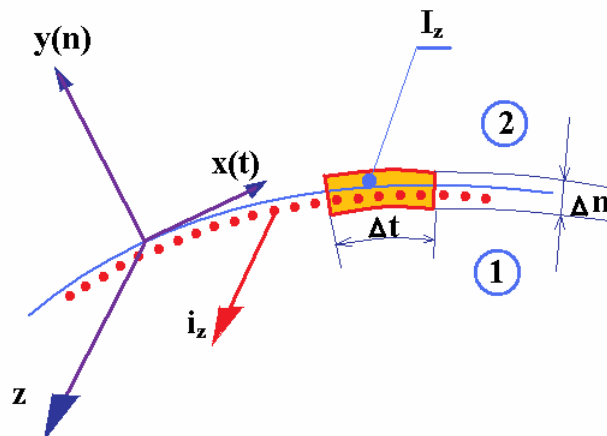


Рис. 4. Поверхностный ток на возбужденном сердечнике. Область задачи параллельна координатной плоскости xOy

Воспроизвести в модели гармоническое распределение плотности тока a , следовательно, и скалярного потенциала, можно только приближенно – с помощью поверхностного слоя тока, разбитого на участки с постоянной плотностью тока.

Хорошую точность при задании гармонического распределения потенциала обеспечивает разбиение периода токового слоя уже на 12 участков (по 30 электрических градусов). Рекомендуемое число участков – 24 (по 15 электрических градусов каждый).

Моделирование цилиндрического зазора

Цилиндрический зазор можно рассматривать как «свернутый» плоский зазор. Если плоский зазор ограничен справа и слева и на боковых границах области задачи заданы условия Дирихле (моделируется униполярное поле), то в соответствующем ему кольцевом зазоре должно быть предусмотрено «рассечение», образованное двумя радиальными границами, соответствующими боковым границам плоского зазора (рис. 5).

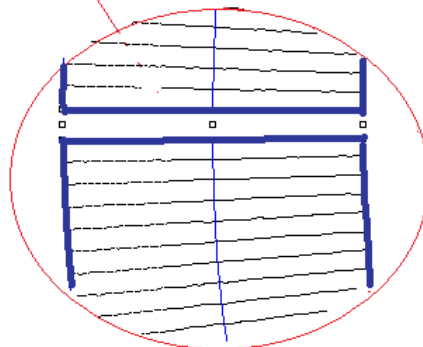
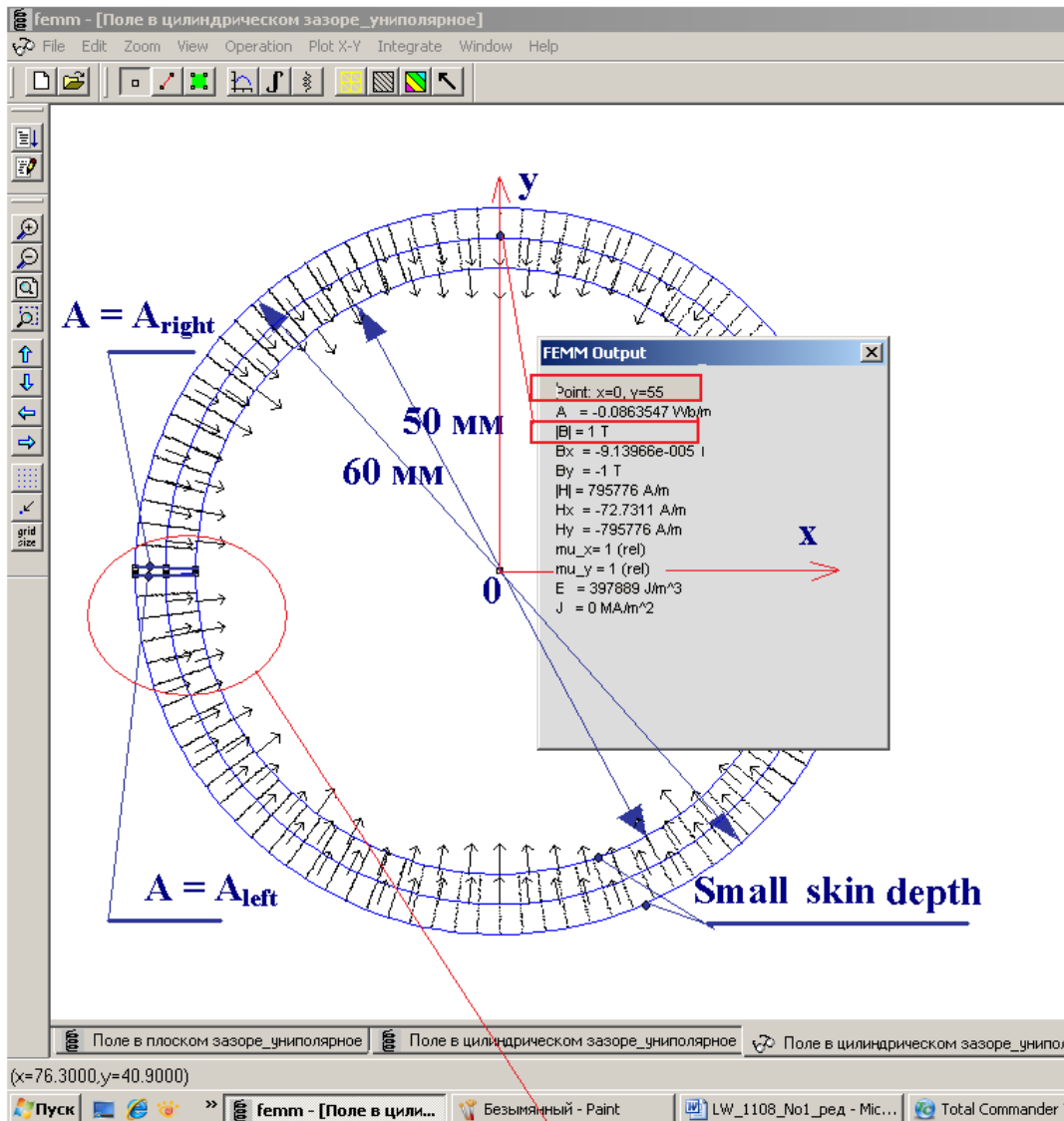


Рис. 5. Пример моделирования униполярного поля в цилиндрическом воздушном зазоре. Индукция на средней линии зазора равна 1 Тл.

Для моделирования поля в цилиндрическом зазоре при гармоническом возбуждении одного из сердечников следует у поверхности этого сердечника

здать токовый слой, состоящий, как уже было сказано, из участков с постоянной плотностью тока на каждом.

Удобно сформировать этот слой следующим образом. Предварительно следует в наборе материалов модели создать набор блоков с плотностью тока в каждом, численно равной синусу (или косинусу) электрического угла, соответствующего данному участку (рис.6). Полезно также, имея в виду решать подобные задачи в дальнейшем, создать папку с таким набором блоков в библиотеке материалов программы *FEMM*. Рассчитав амплитуду линейной

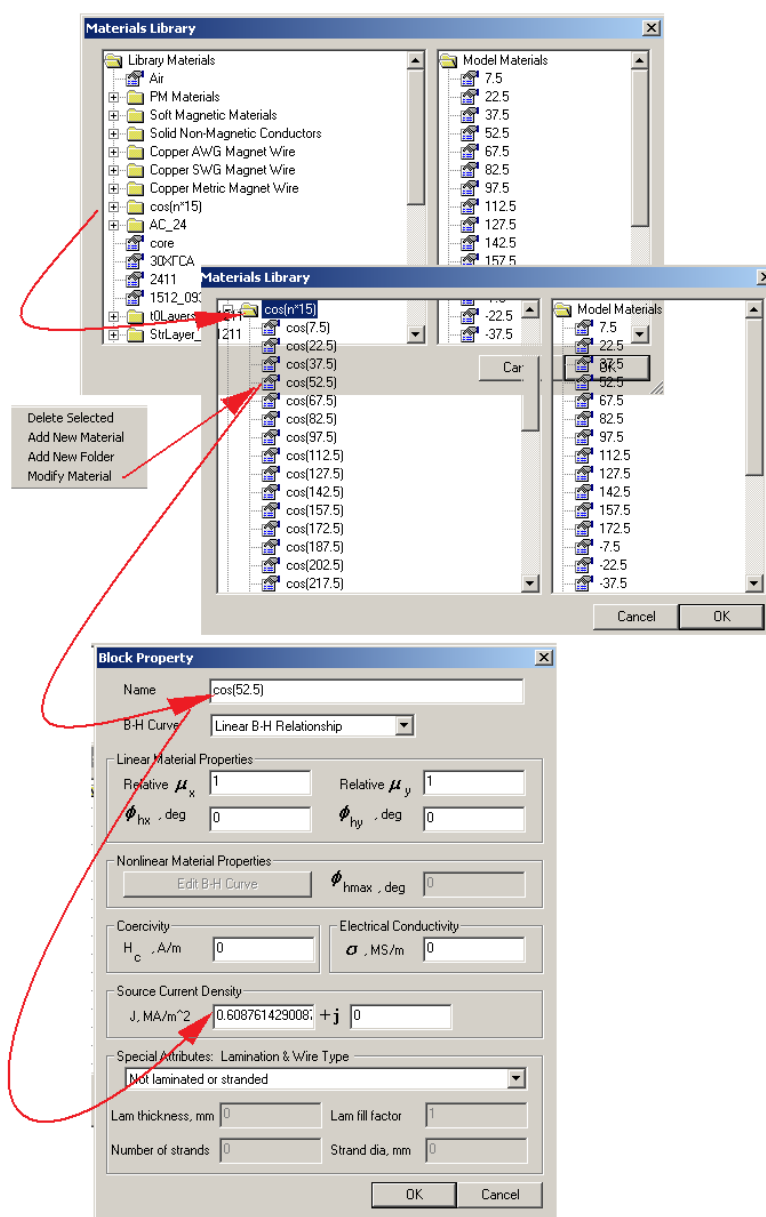


Рис. 6. Создание набора блоков с плотностями тока, пропорциональными косинусам электрических углов, соответствующих участкам токового слоя

плотности тока, пропорциональную амплитуде скалярного магнитного потенциала, следует затем умножить плотность тока каждого участка на ее значение. Эту операцию можно проделать непосредственно в окне *Source Current Density*, с помощью вставки (**Ctrl+V**) фрагмента текста “*n.nnnnn”, где n.nnnnn – численное значение амплитуды. На рис. 7 показан фрагмент картины поля, созданного в цилиндрическом воздушном зазоре гармоническим распределением скалярного магнитного потенциала на внутреннем сердечнике.

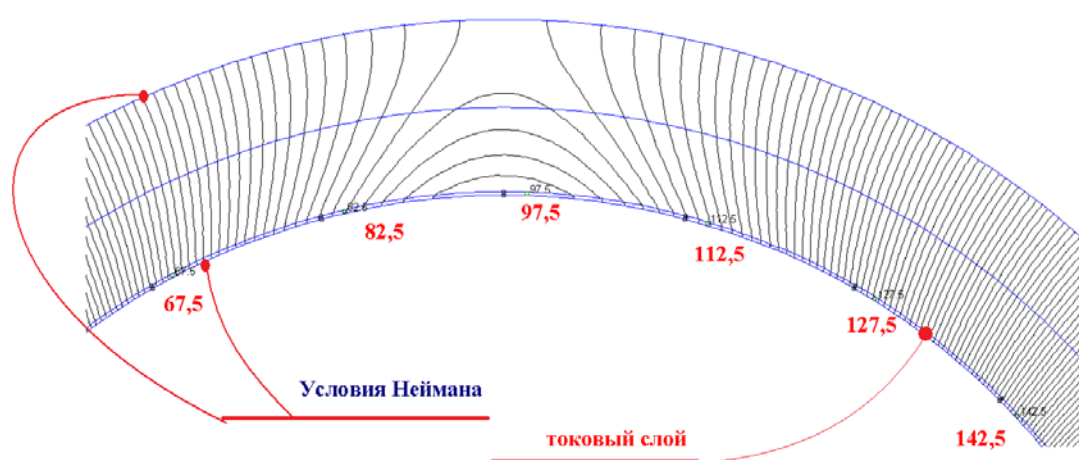


Рис. 7. Фрагмент картины поля в цилиндрическом воздушном зазоре при гармоническом возбуждении внутреннего сердечника

Периодические и антипериодические условия

При моделировании периодических полей для сокращения области задачи можно воспользоваться заданием *периодических* (*periodic*) или *антипериодических* (*anti-periodic*) граничных условий. Периодические условия задаются в том случае, если область задачи представляет собой полный период поля (два полюсных деления), а второй тип условий применяется к границам области, представляющей один полупериод (одно полюсное деление) поля. Необходимо следить за тем, чтобы участки, на которых задается усло-

вие с одним и тем же именем, в точности соответствовали друг другу по форме и размерам.

На рис. 8 показано, как использование различных типов граничных условий позволяет существенно сократить область задачи.

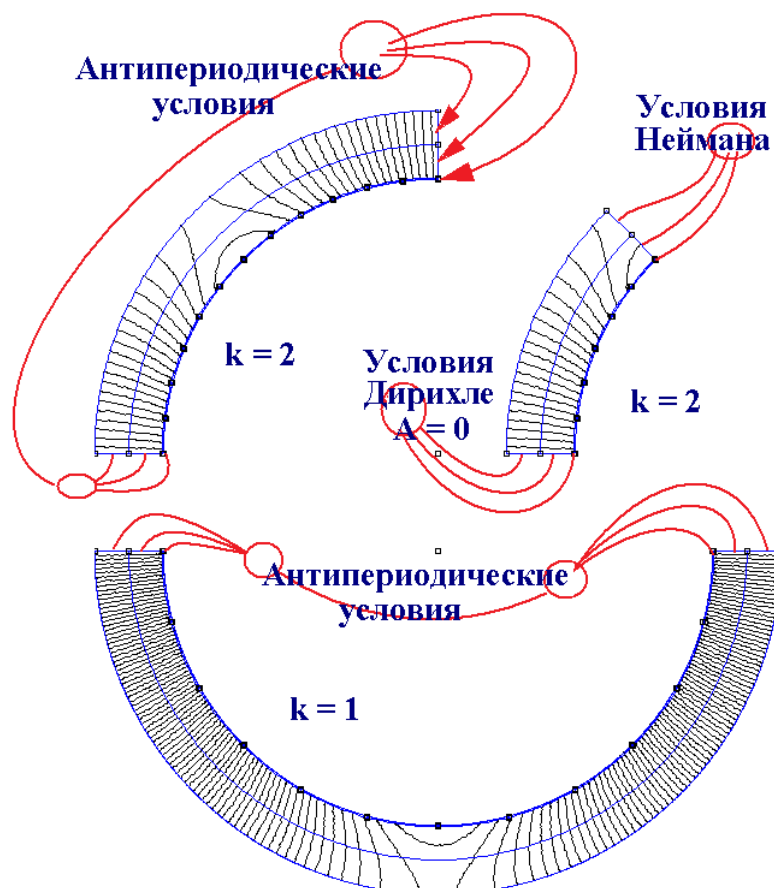


Рис. 8. Расчет периодических полей в воздушном зазоре при различном задании граничных условий

Программа работы

п.1. По данным таблицы построить конечно-элементную модель

В таблице обозначено:

R - радиус внешнего сердечника, мм

$\tau_{\text{осн}}$ - полюсное деление основной гармоники, мм,

k - порядок рассматриваемой гармоники,

Ψ_{max} - амплитуда скалярного магнитного потенциала, А,

δ - немагнитный зазор между сердечниками.

Вариант	R, мм	$\tau_{осн}$, мм	k	*.1			*.*.2		Возбужден сердечник
				δ , мм			Ψ_{max} , А		
1	500	-	1	50	25	75	25000	35000	внешний
2	500	-	5	50	25	75	5000	10000	внешний
3	1000	-	5	100	50	150	25000	35000	внутренний
4	∞	707	1	50	25	75	25000	35000	верхний
5	∞	707	5	50	25	75	5000	4000	верхний
6	∞	1414	5	100	50	150	2500	5000	нижний
7	1000	-	7	100	50	150	2000	4500	внутренний
8	∞	1414	7	100	50	150	2000	5000	нижний

Примечание . В задании указывается номер варианта, состоящий из трех цифр. Первая из них соответствует номеру строки, указанному в первом столбце таблицы (*Вариант*), вторая – номеру столбца в графе «зазор» (δ , мм), третья – номеру столбца в графе «Амплитуда потенциала» (Ψ_{max} , А). Например, если в задании указан номер варианта 4.2.2, то следует выбрать зазор 25 мм и амплитуду потенциала 35000 А.

n.2. Смоделировать в воздушном зазоре поле, соответствующее постоянной разности скалярных магнитных потенциалов между сердечниками. Граничные условия при этом выбрать такими, чтобы силовые линии поля были направлены от верхнего сердечника к нижнему.

При выполнении этого пункта значения векторного магнитного потенциала на левой и правой боковых границах задать такими, чтобы индукция поля на средней линии зазора равнялась 1 Т.

n.3. Смоделировать в воздушном зазоре магнитное поле, соответствующее возбуждению указанного в таблице сердечника гармонически распределенным скалярным магнитным потенциалом.

Ширину области задать равной одному или двум полюсным делениям рассматриваемой гармоники. При построении области задачи воспользоваться

ся возможностью задания периодических и антипериодических граничных условий. Толщину токового слоя, создающего возбуждение сердечника, принять достаточно малой по сравнению с зазором.

Принять, что распределение скалярного магнитного потенциала описывается косинусоидальной функцией: $\psi = \Psi_{max} \cos((\pi/\tau_k)x)$. Определить граничные условия для векторного магнитного потенциала, соответствующие этому распределению скалярного магнитного потенциала.

Примечание. Плотность тока в токовом слое, задаваемая при решении полевой задачи с помощью программы FEMME (размерность – A/m^2), связана с током i_z соотношением $j_z = i_z/\Delta$, где Δ - толщина токового слоя.

п.3. Проанализировать смоделированное магнитное поле.

п. 3.1. Сравнить значения напряженности смоделированного магнитного поля со значениями напряженности, рассчитанным по аналитическим формулам. Оценить погрешность моделирования поля в характерных точках.

п. 3.2. Сравнить значение коэффициента затухания поля в зазоре для смоделированного магнитного поля со значением, рассчитанным по аналитическому выражению. Оценить погрешность.

п. 3.3. Оценить влияние дискретизации области задачи на точность моделирования.

Примечание. При выполнении этого пункта изменять только размеры конечных элементов, задаваемых для различных зон области задачи. Число участков с постоянной плотностью тока, на которые разбит токовый слой, принять неизменным.

п. 3.4. Оценить влияние дискретизации токового слоя на точность моделирования.

Примечание. При выполнении этого пункта изменять только число участков с постоянной плотностью тока, на которые разбит токовый слой, размеры конечных элементов, задаваемых для различных зон области задачи, принять неизменными.

п. 3.5. Произвести гармонический анализ распределений индукции на различных уровнях воздушного зазора.

п.4. Оформить отчет о выполненной работе.

п. 4.1. Изобразить заданную область задачи, указав характерные размеры. Определить минимально необходимую область, для которой могут быть получены все те же результаты.

п.4.2. Обосновать задание граничных условий для каждой из рассмотренных полевых задач. Как следует изменить граничные условия, если моделируемое поле создано синусоидальным распределением скалярного магнитного потенциала: $\psi = \Psi_m \sin((\pi/\tau_k)x)$?

п. 4.3. Сделать заключение о точности моделирования.

п. 4.4. Сделать общие выводы по работе.

Пример картины двухполюсного поля на периоде (на двух полюсных делениях)

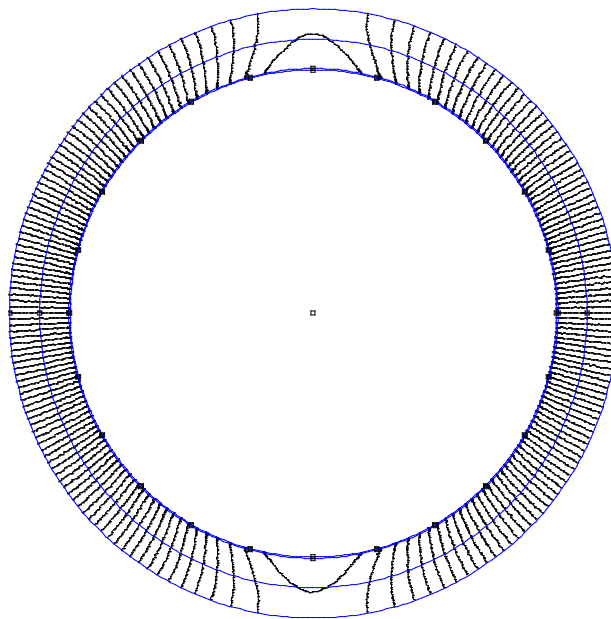


Рис. 9. Распределение двухполюсного поля в гладком зазоре. На всех границах области заданы условия Неймана