

Определение электромагнитных сили электромагнитного момента на конечно-элементных моделяхПредварительные замечания.

Возможность определения электромагнитных сил и электромагнитного момента по результатам моделирования поля на конечно-элементной модели является важным достоинством этого метода исследования электромеханических устройств, поскольку при этом может быть учтено влияние таких сложных явлений, как насыщение магнитной цепи, вытеснение тока в массивных элементах конструкции, сложность границ сред. При аналитическом исследовании оценка влияния этих факторов, как правило, невозможна.

Электромагнитную силу, действующую на некоторый элемент моделируемого устройства, можно определить несколькими способами. Наиболее распространенным из них является интегрирование максвелловских натяжений по поверхности, охватывающей этот элемент. Если моделируется двумерное поле, интегрирование выполняется по контуру, представляющему след этой поверхности на плоскости задачи, например по окружности, проведенной в воздушном зазоре электрической машины и охватывающей ее ротор.

Удельная поверхностная электромагнитная сила, называемая обычно максвелловским натяжением, вычисляется следующим образом:

$$\bar{T}_M = \mu_0 \left( H_n \bar{H} - \frac{1}{2} \bar{n} H^2 \right), \quad H / m^2, \quad (1)$$

где  $\bar{H}$  и  $H_n$  - вектор напряженности магнитного поля и его нормальная составляющая,  $\bar{n}$  - нормаль к площадке, на которой вычисляется  $\bar{T}_M$ .

Выражение (1) предполагает, что поверхность интегрирования проведена в среде с относительной магнитной проницаемостью, равной единице.

При использовании в моделях конечных элементов первого порядка, для которых значение векторного магнитного потенциала в произвольной точке вычисляется по значениям потенциала в узловых точках элемента с помощью линейных функций формы, индукция на площади элемента сохра-

нят постоянное значение. Таким образом, точность определения индукции на такой модели меньше, чем точность определения векторного магнитного потенциала. Наибольшей погрешность в определении индукции оказывается в зоне наиболее интенсивного изменения поля. В связи с этим при формировании модели, на которой планируется определять электромагнитные силы и электромагнитный момент по максвелловским натяжениям, следует уделять повышенное внимание распределению плотности конечных элементов по области задачи. Так, например, при моделировании вращающихся машин стремятся к тому, чтобы в зоне воздушного зазора было не менее четырех слоев конечных элементов.

При моделировании в декартовой системе координат результат интегрирования по заданной поверхности (по заданному контуру) приводится на единицу осевой длины модели, т.е. в направлении оси  $z$ . Напомним, что выбор единицы измерения длины производится в окне *Length unit* меню описания типа задачи (это меню можно вызвать нажатием клавиши *Problem*).

Вторым распространенным способом определения сил и моментов является интегрирование сил Лоренца на участках модели, соответствующих сечениям проводов и токоведущих элементов, по которым протекают токи.

$$F_{Lorentz} = \int_V \bar{J} \times \bar{B} dV, \quad (2)$$

где  $\bar{J}$  и  $\bar{B}$  - векторы плотности тока и индукции.

При определении силы и момента этим способом следует, находясь в режиме постпроцессора, выделить соответствующий блок модели, и, нажав клавишу интегрирования, выбрать операцию *Lorentz force (J x B)* или *Lorentz torque (r x J x B)*. При моделировании в декартовых координатах в этом случае результат также соответствует единице осевой длины.

При выполнении лабораторных работ, посвященных определению электромагнитных сил и моментов на конечно-элементных моделях, важно научиться правильно оценивать влияние на точность решения таких факторов, как удаленность внешних границ, способ задания граничных условий,

степень дискретизации расчетной области, распределение плотности сетки элементов. С этой целью весьма полезно вначале решить с помощью метода конечных элементов несколько полевых задач, имеющих аналитическое решение, и, сравнивая результаты решения обоими способами, оценить погрешность.

## Лабораторная работа № 2.1

### Определение силы, действующей на проводник с током

#### во внешнем равномерном магнитном поле

Область задачи – прямоугольник, в центре которого расположен провод круглого поперечного сечения с заданной на нем плотностью тока. Предполагается, что силовые линии внешнего поля направлены сверху вниз (т.е. в направлении, противоположном направлению оси  $y$ ). В этом случае на верхней и нижней границах области следует задать условия Неймана (для магнитостатической задачи это соответствует условию *Small skin depth* – малая глубина проникновения поля), а на боковых границах – условия Дирихле. Значения векторного магнитного потенциала на левой и правой границах должны быть такими, чтобы обеспечить в области задачи заданную в таблице индукцию поля.

Аналитическое выражение для электромагнитной силы, действующей на проводник с током во внешнем равномерном поле, при условии, что проводник расположен перпендикулярно вектору индукции, имеет простой вид:

$$F = Bl_z I, \quad (3)$$

где  $B$  – индукция внешнего поля, Т,  $l_z$  – длина проводника в направлении, перпендикулярном плоскости задачи, м,  $I$  – ток в проводнике, А.

Модель и одна из возможных картин поля показаны на рис. 1.

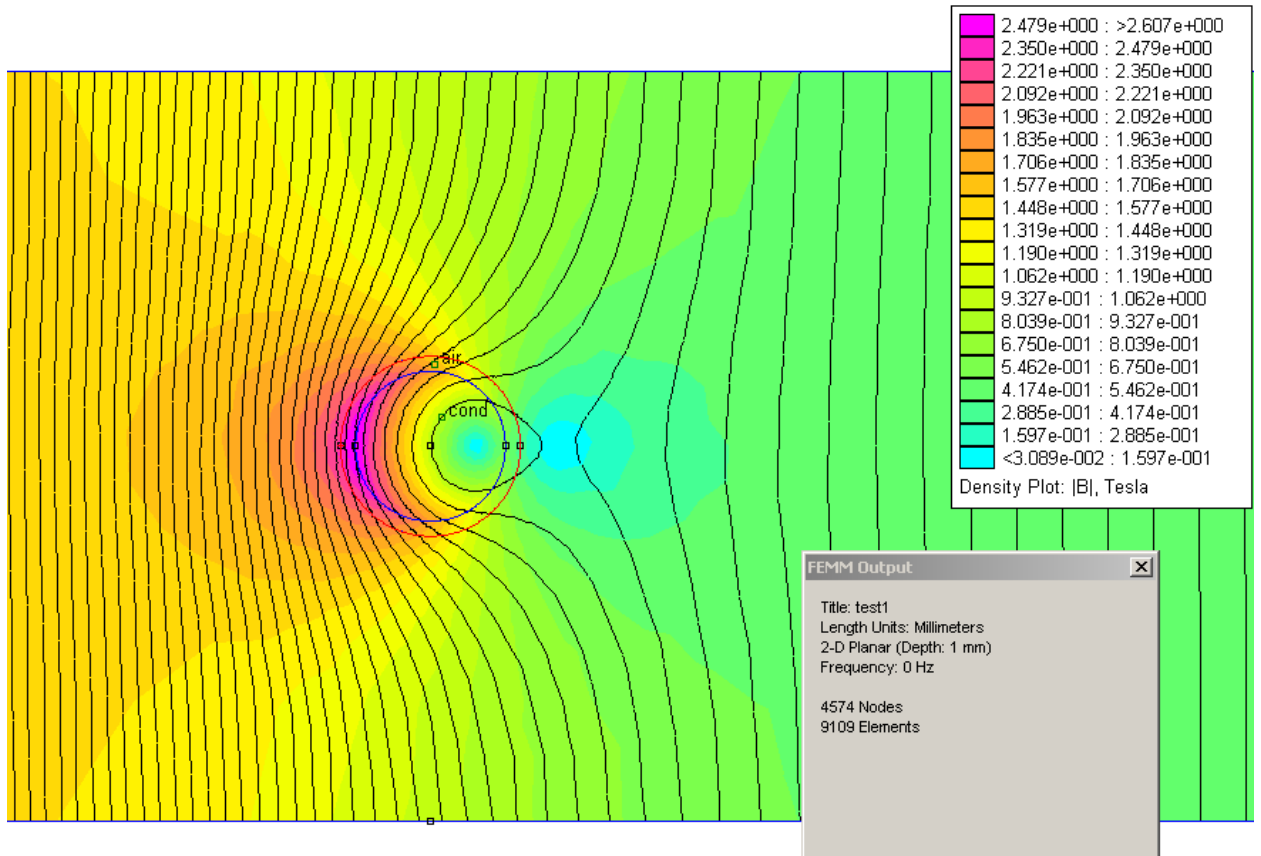


Рис. 1. Картина результирующего поля (фрагмент) в прямоугольной области, в центре которой расположен провод круглого поперечного сечения с равномерно распределенной плотностью тока

### Программа работы.

1. По заданным размерам построить область задачи. Рассчитать значения векторного магнитного потенциала, которые необходимо задать на левой и правой границах области, для того, чтобы индукция внешнего (стороннего) магнитного поля была равной значению, указанному в таблице.

2. Задать плотность тока на участке модели, соответствующем поперечному сечению проводника и смоделировать результирующее поле. По результатам моделирования определить силу, действующую на проводник с током. Использовать различные способы определения силы. Сравнить результаты моделирования с аналитическим расчетом, оценить погрешность.

3. Варьируя плотность сетки конечных элементов, оценить ее влияние на точность численного решения.

4. Варьируя размеры области, оценить влияние удаленности границ на точность численного решения.

5. Сделать выводы по работе, оформить отчет.

Таблица 1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7
Ширина области, $b_x$ , мм	200	200	300	300	400	400	200
Высота области, $\delta$ , мм	50	70	50	70	50	80	50
Индукция стороннего поля, $B_{\text{стор.}}$ , Т	1,0	1,0	1,2	1,2	1,0	1,0	1,2
Диаметр провода, $d_{\text{пров}}$ , мм	5	5	5	5	5	5	5
Плотность тока, $J$ , А/мм <sup>2</sup>	50	50	100	100	200	200	50

### **Лабораторная работа № 2.2**

#### **Определение сил, действующих на линейные провода с токами**

Внешняя граница области задачи – окружность, на которой задано однородное условие Дирихле ( $A = 0$ ). В центральной части области заданы поперечные сечения проводов двух- или трехпроводной линии. Заданы размеры поперечных сечений проводов и плотности токов в них, а также расстояния между проводами. Аналитическое выражение для расчета сил, действующих на два тонких параллельных линейных провода:

$$F = \frac{\mu_0 \mu_r I_1 I_2}{2\pi a} l_z, \quad (4)$$

где  $I_1, I_2$  – токи в проводах, А,  $a$  – расстояние между осями проводов, м,  $l_z$  – длина проводов в направлении оси  $z$  (в направлении, перпендикулярном плоскости задачи), м,  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость среды. Рассчитывается сила (в Ньютонах), действующая на единицу длины провода в направлении оси  $z$ .

Исходные данные, необходимые для формирования модели, приведены в таблице 2.

Таблица 2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7
Число проводов	2	2	2	3	3	3	3
Расстояние между проводами, $a$ , мм	50	100	50	43,3	86,6	43,3	86,6
Диаметр проводов, $d_{\text{пров}}$ , мм	5	5	10	5	5	10	10
Плотность тока в проводах, $J$ , А/мм <sup>2</sup>	100	25	100	100	100	100	50
	-100	25	100	-50	-50	-50	-25
				-50	-50	-50	-25

### **Программа работы.**

1. По заданным размерам построить область задачи. Диаметр окружности внешней границы выбрать в 10 раз большим, чем расстояние между проводами, заданное в таблице.

2. Задать плотности тока на участках модели, соответствующих поперечным сечениям проводников и смоделировать результирующее поле. По результатам моделирования определить силы, действующие на каждый из проводников. Использовать различные способы определения силы. Сравнить результаты моделирования с аналитическим расчетом, оценить погрешность.

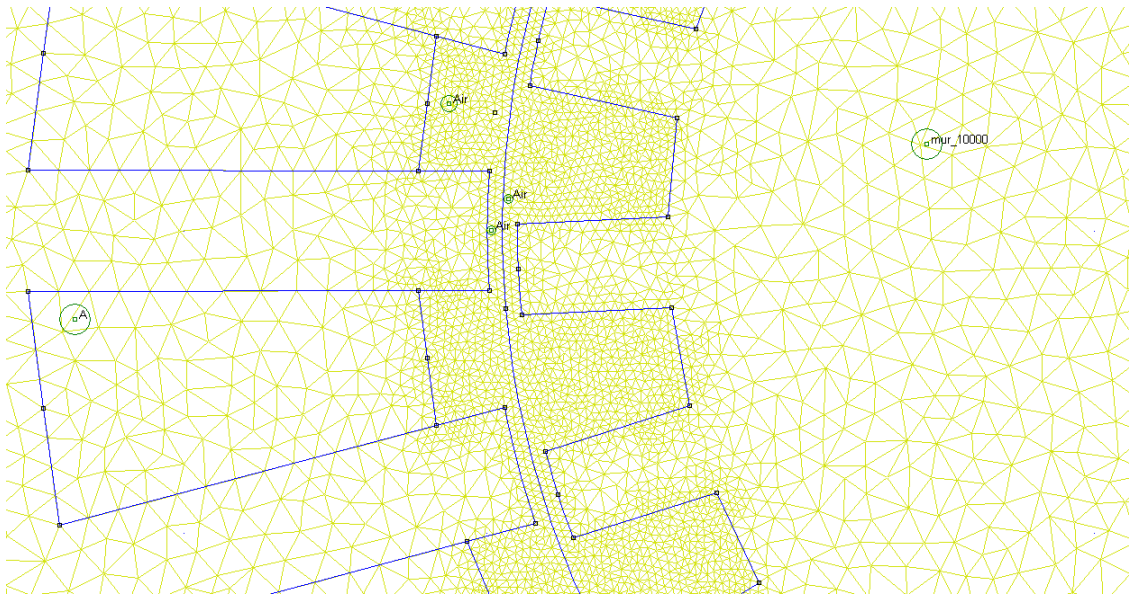
3. Варьируя диаметр окружности внешней границы, добиться того, чтобы результат численного решения не отличался от аналитического решения более чем на 0,5%. Размеры конечных элементов, задаваемые в разных зонах области задачи подобрать таким образом, чтобы общее число узлов не превышало 120 тыс. узлов. Оценить влияние удаленности границ на точность численного решения.

4. Изменить способ задания токов в проводах, сосредоточив их в центрах поперечных сечений проводов. Оценить влияние способа задания токов на точность численного решения.

5. Сделать выводы по работе, оформить отчет.

**Лабораторная работа № 2.3****Определение сил, действующих на зубчатый ферромагнитный ротор при протекании по трехфазной обмотке статора симметричной системы токов**

Область задачи – поперечное сечение вращающейся электрической машины. Характерные размеры приведены в табл. 3. Там же приведена схема обмотки, в соответствии с которой на модели задаются источники поля (токи в катушечных сторонах обмотки). Внешняя граница области задачи совпадает с внешней окружностью ярама статора. Нулевое (однородное) условие Дирихле ( $A = 0$ ), заданное на внешней границе, означает, что поле не выходит за пределы сердечника статора. Размеры конечно-элементных элементов следует выбрать таким образом, чтобы в воздушном зазоре образовалось не менее четырех слоев элементов. Фрагмент области задачи показан на рис. 2.



**Рис. 2.** Фрагмент конечно-элементной модели. Посередине воздушного зазора проведена окружность, используемая как контур интегрирования при определении электромагнитного момента.

Картина поля в поперечном сечении моделируемой машины при числе пар полюсов, равном двум, показана на рис. 3.

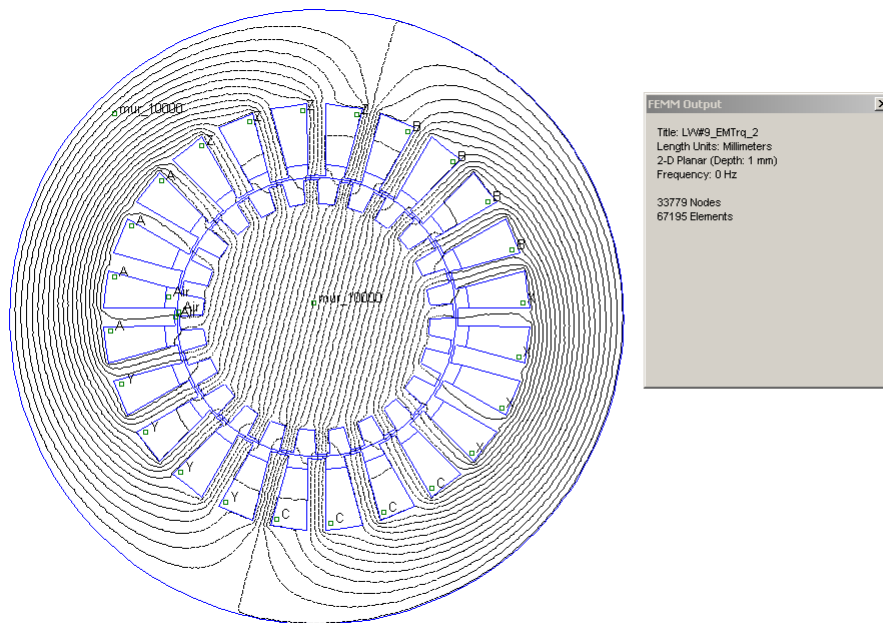


Рис. 3. Картина поля в поперечном сечении двухполюсной машины. При определении зависимости вращающего момента, от угла, характеризующего положение ротора относительно статора, следует выделить участок области, соответствующий ротору, и повернуть его на требуемый угол.

### Программа работы.

1. По заданным размерам поперечного сечения электрической машины построить область задачи. Относительную магнитную проницаемость сердечников статора и ротора задать постоянной, равной 1000.
2. Задать плотности тока на участках модели, соответствующих поперечным сечениям катушечных сторон обмотки статора, и смоделировать магнитное поле. Определить вращающий момент, действующий на ротор.
3. Изменяя положение ротора относительно статора (*Edit – Move - Rotate*), снять зависимость вращающего момента от угла поворота ротора.
4. Перестроить модель, изменив число зубцов ротора на единицу, и повторить эксперимент.
5. Сделать выводы и оформить отчет.



Таблица 3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7
Диаметр расточки статора, $D_i$ , мм	60	60	60	80	80	80	90
Диаметр ярма статора, $D_a$ , мм	130	130	130	150	150	150	170
Ширина зубца статора, $b_z$ , мм	4,0	4,0	4,0	4,5	4,5	4,5	5,0
Глубина паза статора, $h_{п1}$ , мм	15,0	15,0	15,0	17,0	17,0	17,0	20,0
Глубина токовой части паза ст., $h_{i1}$ , мм	13,0	13,0	13,0	14,0	14,0	14,0	16,0
Ширина зубца ротора, $b_{z2}$ , мм	3,0	3,0	3,0	3,3	3,3	3,3	4,0
Глубина паза ротора, $h_{п2}$ , мм	5,0	5,0	5,0	6,0	6,0	6,0	7,0
Зазор, $\delta$ , мм	1,0	1,0	1,0	1,2	1,2	1,2	1,2
Число пазов статора, $Z_1$	24	24	24	24	24	24	24
Число зубцов ротора, $Z_2$	24	24	24	24	24	24	24
Число пар полюсов, $p$	1	2	1	1	2	1	2
Плотность тока на участках модели, соответствующих катушечным сторонам обмотки статора ( $A, B, C$ ), А/мм <sup>2</sup>	2,0	2,0	3,0	2,4	2,4	3,0	3,0
	-1,0	-1,0	-1,5	-1,2	-1,2	-1,5	-1,5
	-1,0	-1,0	-1,5	-1,2	-1,2	-1,5	-1,5

Примечание. При выполнении *серий* численных экспериментов с помощью программы *FEMM*, удобно воспользоваться средствами языка программирования *Lua*, описание операторов которого приведено в разделе *Help* и в методическом пособии «Моделирование магнитных полей в электрических машинах». При выполнении этой работы удобно построить конечно-элементную модель «вручную» (не прибегая к *Lua*-программированию), объединить элементы модели, к которым будут применяться какие-либо общие действия (например, поворот вокруг оси вращения) в группы, затем соста-

вить *Lua*-программу (говорят также *Lua*-сценарий) и запустить выполнение серии численных экспериментов в автоматическом режиме. При составлении сценария следует предусмотреть удобную запись результатов в текстовые файлы с тем, чтобы в дальнейшем обработать их средствами пакетов *Mathcad* или *Excel*.