

# РАСЧЕТ ПОТЕРЬ В МАССИВНЫХ СЕРДЕЧНИКАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН С ПОМОЩЬЮ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ

*В.И. Гончаров, Тейн Наинг Тун*

Московский энергетический институт (Технический университет)

Доступные в настоящее время широкому пользователю конечно-элементные программы, например, *FEMM* [1,2], позволяют рассчитывать потери в массивных сердечниках, возникающие в переменном электромагнитом поле. Потери при этом находятся в результате решения двухмерной полевой задачи при достаточно подробном воспроизведении конфигурации области и источников поля, при заданных свойствах материала массива и частоте питания. Основное допущение при решении нелинейных задач состоит в том, что для массива используется приближенная эквивалентная зависимость  $B(H)$ .

Решение подобных задач, может занимать довольно большое время, особенно при недостатке опыта в таких расчетах. В то же время, полученное решение не всегда удобно для анализа конструкции, например, оно не позволяет оценить долю участия в общих потерях той или иной пространственной гармонике МДС обмотки.

В связи со сказанным представляется весьма желательным создание простых конечно-элементных моделей, позволяющих с достаточной для практических целей точностью и достаточно быстро получить оценку потерь в массиве, в том числе, потерь от отдельных гармоник МДС.

Ниже описывается несколько таких моделей и оценивается точность каждой из них. В качестве иллюстрации моделируется простая электрическая машина с сосредоточенной обмоткой, однако выводы могут быть распространены и на машины со сложными обмотками.

**Модель №1.** (Рис. 1). Первый сердечник (статор) представлен одним периодом трехфазной обмотки ( $2\tau_1 = 360$  мм). Относительная магнитная проницаемость сердечника взята достаточно большой ( $\mu_r = 10^4$ ), чтобы практически удовлетворялось обычно принимаемое при аналитических выводах допущение

$\mu = \infty$ . Пазы – открытые ( $Z = 6, q = 1$ ), глубина пазов  $h_{\text{п}}$  равна 40 мм, токовой части пазов  $h_{\text{ти}}$  – 30 мм, ширина пазов  $b_{\text{п}}$  – 10 мм. Статор шихтованный, электропроводность  $\sigma_1$  его равна нулю. Зазор между статором и гладким массивным вторым сердечником (ротором)  $\delta$  равен 2 мм. В качестве материала ротора выбрано мягкое железо (материал *Pure iron* из библиотеки материалов программы *FEMM*, электропроводность  $\sigma_2 = 10$  МСм/м). На токовых участках пазов модели заданы плотности тока, соответствующие начальным и конечным катушечным сторонам фаз:  $A, Z, B, \dots$ , амплитуда плотности тока равна  $5 \text{ А/мм}^2$  и, таким образом, максимальный ток паза равен 1500 А. На верхней и нижней границах модели заданы условия Дирихле ( $A = 0, A$  – векторный магнитный потенциал), на левой и правой границах – периодические граничные условия.

Возможна модификация модели – материал сердечника статора не воспроизводится, а на зубчатой его поверхности, след которой в этом случае является внешней границей области, задается условие Неймана. Результаты, полученные при такой замене, практически совпадают.

**Модель №2.** Отличается от модели №1 только тем, что плотности тока заданы не внутри пазов, а на узких, шириной  $\Delta i = 0,1$  мм, участках, вынесенных в раскрытия пазов. Для сохранения значений пазовых токов плотности тока на этих участках увеличены в  $h_{\text{ти}}/\Delta i = 30/0,1 = 300$  раз.

**Модель №3.** Отличается от модели №2 тем, что пазы не воспроизводятся, оба сердечника – гладкие.

**Модель №4.** Отличается от модели №3 тем, что пазовые токи заданы не в виде узких полос с постоянной плотностью тока в них, а в виде «точечных» токов, т.е. в виде линейных токов в проводах с бесконечно малым поперечным сечением. Располагаются точечные токи в центрах сечений полос модели №3.

**Модель №5.** Отличается от модели №3 тем, что узкие полосы, на которых заданы пазовые токи, имеют длину, равную не ширине паза, а ширине пазового деления. Плотность тока при этом по сравнению с моделью №3 уменьшена в  $t_z/b_{\text{п}} = 60/10 = 6$  раз.

**Модель №6.** В этом случае, в отличие от модели №5, число участков с постоянной плотностью тока увеличено в 4 раза – ширине каждого пазового деления соответствуют 4 участка, причем фазовый сдвиг плотностей тока на соседних участках составляет  $2\pi/(Z \cdot 4) = 2\pi/24$ . Таким образом, в этой модели обмотка воспроизводится сплошным токовым слоем толщиной  $\Delta i = 0,1$  мм, расположенным на поверхности первого сердечника и состоящим из 24 участков с заданными на них плотностями тока, сдвинутыми по временной фазе на  $1/24$  периода (на рис.2 стрелочками показаны векторы плотности тока на малых участках). Плотности тока в этом случае рассчитываются таким образом, чтобы мгновенное значение тока на пазовом делении было равно пазовому току в модели №1.

**Модель №7.** Отличается от моделей №1 и №2 тем, что токи обмотки заданы в виде токового слоя, состоящего из довольно большого ( $N_{\text{уч}} = 360$ ) числа точечных токов. Значения каждого элементарного тока вычисляются по аналитическим выражениям для гармонических составляющих МДС обмотки и по выражениям, связывающим распределение скалярного магнитного потенциала по поверхности сердечника с линейной плотностью поверхностного тока [3].

**Модель №8.** Отличается от модели №7 тем, что пазы статора не воспроизводятся и оба сердечника – гладкие.

В моделях №7 и №8 амплитуды гармоник МДС рассчитывались как с учетом введенного Т.Г. Сорокером коэффициента влияния пазов  $C_v$  [3], так и без такого учета.

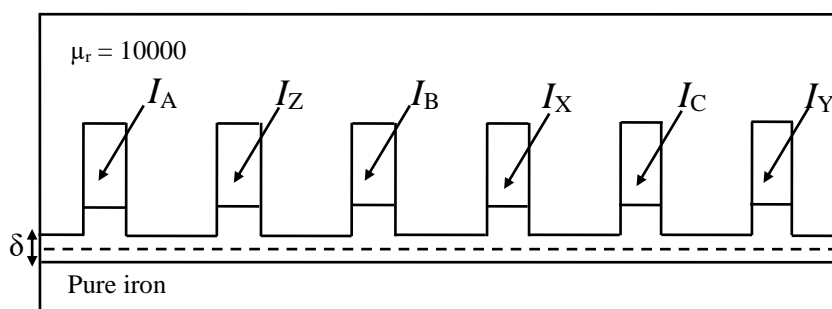


Рис. 1. Исходная модель №1 машины с массивным вторым сердечником

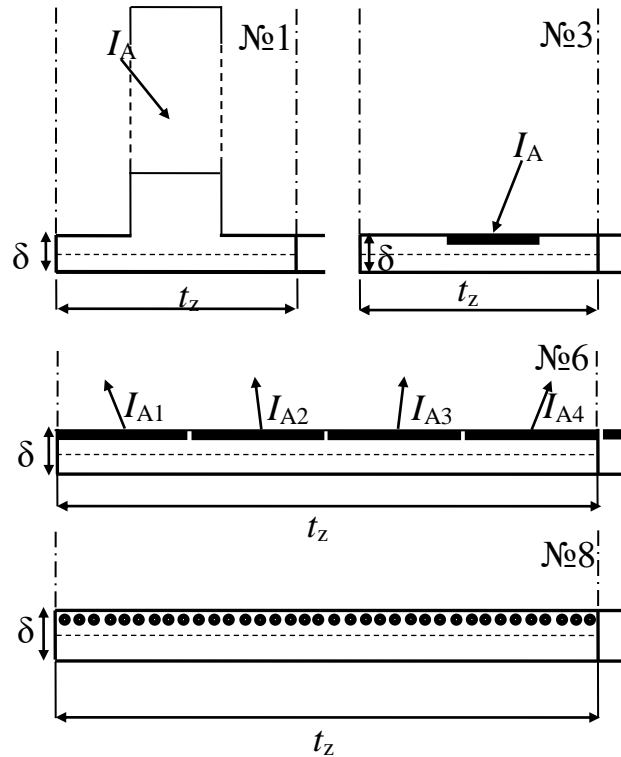


Рис. 2. Фрагменты моделей №№ 1, 3, 6 и 8 (по одному зубцовому делению)

Вначале сравнение моделей производилось по результатам решения магнитостатических задач. Плотности тока (и точечные токи) задавались равными мгновенным значениям соответствующих переменных (синусоидальных) величин в момент времени, когда ток в фазе  $A$  достигает максимума. Относительная магнитная проницаемость обоих сердечников принималась равной  $10^4$  (либо, если не моделировался материал сердечника, на его границе задавалось условие Неймана). После расчета поля определялось распределение индукции вдоль поверхности, проходящей посередине воздушного зазора (след этой поверхности виден на рисунках 1 и 2), выполнялся гармонический анализ этого распределения и результаты моделирования сравнивались с расчетом по известным аналитическим выражениям.

**Амплитуды гармоник распределения индукции вдоль средней линии воздушно-го зазора, рассчитанные по аналитическим выражениям и определенные на различных моделях**

$\nu$	Модель №1	Модель №2	Модель №3	Модель №4	Модель №5	Модель №6	Модель №7 без $C_\nu$	Модель №8 с $C_\nu$	Расчетная формула (1) без $C_\nu$	Расчетная формула (1) с $C_\nu$
1	0,8275	0,8281	0,8986	0,8997	0,8592	0,9369	0,7818	0,8303	0,9001	0,8303
5	0,2389	0,2387	0,1741	0,1797	0,0343	0,0002	0,0552	0,2357	0,1801	0,2362
7	0,0484	0,0491	0,1204	0,1281	0,0173	0,0002	0,0077	0,0511	0,1286	0,0509
11	0,1238	0,1241	0,0695	0,0814	0,0071	0,0002	0,0331	0,1992	0,0818	0,1201
13	0,0129	0,0123	0,0546	0,0682	0,0049	0,0002	0,0426	0,0102	0,0691	0,0102
17	0,0759	0,0764	0,0349	0,0521	0,0028	0,0002	0,0447	0,0684	0,0529	0,0698
19	0,0302	0,0311	0,0281	0,0463	0,0022	0,0002	0,0463	0,0261	0,0474	0,0265
23	0,0442	0,0449	0,0173	0,0381	0,0015	0,0016	0,0375	0,0306	0,0391	0,0318
25	0,0327	0,0328	0,0129	0,0343	0,0012	0,0013	0,0363	0,0312	0,0361	0,0324
29	0,0204	0,0211	0,0067	0,0294	0,0009	0,0002	0,0238	0,0191	0,0312	0,0202
31	0,0272	0,0275	0,0044	0,0273	0,0007	0,0002	0,0215	0,0249	0,0291	0,0264
35	0,0041	0,0046	0,0009	0,0241	0,0006	0,0002	0,0091	0,0048	0,0257	0,0053
37	0,0187	0,0193	0,0008	0,0221	0,0005	0,0002	0,0069	0,0157	0,0243	0,0172
41	0,0065	0,0063	0,0025	0,0197	0,0004	0,0002	0,0059	0,0032	0,0221	0,0037
43	0,0092	0,0099	0,0028	0,0186	0,0003	0,0002	0,0075	0,0075	0,0209	0,0084
47	0,0111	0,0112	0,0033	0,0169	0,0003	0,0003	0,0144	0,0067	0,0191	0,0078
49	0,0016	0,0021	0,0035	0,0156	0,0003	0,0003	0,0157	0,0014	0,0184	0,0015

Как видно из таблицы, вынесение токов из пазов на уровень поверхности расточки при сохранении общей конфигурации активной зоны (модель №2) практически не отражается на гармоническом составе поля в зазоре. Однако модель №2 не проще и не быстрее модели №1 и ее следует рассматривать как промежуточный этап при переходе от модели с пазами к беспазовой модели. В модели №3, при гладких сердечниках, амплитуды гармоник заметно изменяются по сравнению с исходной моделью. Заметим, что увеличение зазора в  $k_\delta$  раз ( $k_\delta$  – коэффициент зазора), «восстанавливает» только 1-ю гармонику.

Среди моделей, в которых МДС обмотки статора представлены токовыми слоями на поверхности гладкого сердечника, наиболее точной является модель №8. Точечные токи, задаваемые на малых участках этой модели ( $N_{\text{уч}} = 360$ ), вычисляются по известным аналитическим выражениям с учетом коэффициента влияния пазов  $C_\nu$ :

амплитуда  $\nu$ -й гармоники индукции, созданной МДС 3-фазной обмотки:

$$B_{vm} = F_{v3\delta} \cdot \frac{\mu_0}{\delta''} = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{\delta \cdot \ddot{a}} \cdot w_1 \cdot k_{i\dot{a}.v} \cdot \tilde{N}_v}{\pi \cdot p \cdot v} \cdot \frac{\mu_0}{\delta''} \quad (1)$$

где  $I_{\phi,д}$  – действующее значение фазного тока,  $w_1$  – число последовательных витков фазы,  $k_{об.v}$  – обмоточный коэффициент,  $p$  – число пар полюсов,  $\delta'' = k_{\delta 2} \delta$  – зазор, приведенный с учетом зубчатости второго сердечника.

Амплитуда линейной плотности поверхностного токового слоя:

$$J_{zvm} = \frac{\pi}{\tau_v} \cdot \Psi_{vm}, \quad (2)$$

где  $\Psi_{vm}$  – амплитуда соответствующей гармоники распределения скалярного магнитного потенциала,  $\Psi_{vm} = F_{v3\delta}$ .

Наибольшее значение «точечного» тока, соответствующего  $v$ -й гармонике, задаваемое на элементарном участке токового слоя (зависит от числа участков  $N_{yc}$ ):

$$I_{zvm} = 2 \int_0^{\tau_1/N_{yc}} J_{zvm} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_v} x\right) dx = 2F_{v3\phi} \sin\left(\frac{\pi v}{N_{yc}}\right) \quad (3)$$

Фазовые углы распределений плотности тока и точечных токов в токовых слоях определяются конфигурацией модели и заданной на ней схемой обмотки. Так, общим началом отсчета всех гармоник МДС на модели №1 является точка на оси первого паза (с током  $I_A$ ), а ось третьего зубца (между пазами с токами  $I_Z$  и  $I_B$ ) является магнитной осью всех гармоник.

Задавать значения точечных токов на большом числе элементарных участков лучше программным способом (в описании *FEMM* есть инструкции по программированию на языке *Lua*).

При моделировании переменного поля задание постоянной магнитной проницаемости на всем участке модели, соответствующем массиву, может привести к большой ошибке. Так, если для модели №1 задать  $\mu_k = 10^3$  и  $\sigma_2 = 10$  МСм/м, потери во втором сердечнике составят ок. 10,5 Вт/мм (на 1 мм аксиальной длины модели), в то время как для массива с нелинейными свойствами (*Pure iron*,  $\sigma = 10$  МСм/м) потери при той же частоте существенно меньше – ок.

6 Вт/мм. В связи с этим сравнение моделей следует производить при задании для массива реальной кривой намагничивания.

Таблица 2

**Потери в неподвижном массивном сердечнике при частоте 50Гц**

Модель	Pure iron $\sigma = 10 \text{ МСм/м}$ $f = 50 \text{ Гц}$		Суммарные потери (потери в трех слоях), <b>Вт/мм</b>
	Слой	Потери	
<b>№1</b>	Первый слой	<b>3,5147</b>	<b>5,9529</b>
	Второй слой	<b>1,6676</b>	
	Третий слой	<b>0,7706</b>	
<b>№2</b>	Первый слой	<b>3,5151</b>	<b>5,9542</b>
	Второй слой	<b>1,6680</b>	
	Третий слой	<b>0,7711</b>	
<b>№3</b>	Первый слой	<b>3,5264</b>	<b>5,9984</b>
	Второй слой	<b>1,6798</b>	
	Третий слой	<b>0,7922</b>	
<b>№4</b>	Первый слой	<b>3,5515</b>	<b>6,1037</b>
	Второй слой	<b>1,7070</b>	
	Третий слой	<b>0,8453</b>	
<b>№5</b>	Первый слой	<b>3,1837</b>	<b>4,9816</b>
	Второй слой	<b>1,3816</b>	
	Третий слой	<b>0,4162</b>	
<b>№6</b> $\delta' = k_{\delta} \cdot \delta$	Первый слой	<b>3,5070</b>	<b>5,6265</b>
	Второй слой	<b>1,5881</b>	
	Третий слой	<b>0,5314</b>	
<b>№7</b> Без учета $C_v$ (гармоники 1 – 19)	Первый слой	<b>3,5975</b>	<b>6,0481</b>
	Второй слой	<b>1,7033</b>	
	Третий слой	<b>0,7474</b>	
<b>№8</b> С учетом $C_v$ (гармоники 1 – 19)	Первый слой	<b>3,3642</b>	<b>5,6305</b>
	Второй слой	<b>1,5780</b>	
	Третий слой	<b>0,6883</b>	

*Примечание к табл.1.* Для того чтобы проиллюстрировать характер проникновения поля в массивный сердечник, он представлен тремя слоями – двумя глубиной по 1 мм с размером элементов по 0,25 мм, и третьим глубиной 5 мм с размером элементов по 0,5 мм.

Как видно из таблицы, простые модели с пазовыми токами, вынесенными в раскрытия пазов, дают результаты, близкие к данным исходной модели, как при воспроизведении пазов статора, так и для гладких сердечников. Наименее точные результаты, с погрешностью более 15%, получены для моделей, в кото-

рых токовые слои составлены из участков шириной в зубцовое деление (модель №5).

Модель №8, наиболее полно реализующая аналитические решения задачи о поле в воздушном зазоре при замене зубчатых сердечников гладкими, хотя и дает погрешность ок. 5%, обладает тем неоспоримым преимуществом, что позволяет приближенно (при допущении о возможности суперпозиции) оценить вклад в общие потери каждой гармоники (при заторможенном роторе) или каждой пары сопряженных гармоник (при вращающемся роторе).

В табл. 3 приведены значения потерь в массивном втором сердечнике, обусловленные как каждой гармоникой в отдельности, так и при задании в токовом слое всех гармоник одновременно. Важно подчеркнуть, что сумма потерь от отдельных гармоник мало отличается от потерь при одновременном задании всех гармоник. В этой же таблице приведены данные о потерях, обусловленных сопряженными гармониками в режиме синхронного вращения

Таблица 3

v	Потери при заторможенном втором сердечнике, Вт/мм			Потери при синхронном вращении, Вт/мм	
	Потери по слоям		Суммарные потери	Потери от каждой гармоники в отдельности	Потери при задании МДС двух сопряженных гармоник
1	Первый слой	3,031	<b>4,687</b>	0	
	Второй слой	1,292			
	Третий слой	0,364			
5	Первый слой	0,569	<b>0,639</b>	<b>7,352</b> (300 Гц)	<b>7,513</b>
	Второй слой	0,071			
	Третий слой	0,000			
7	Первый слой	0,004	<b>0,004</b>	<b>0,101</b> (300 Гц)	
	Второй слой	0,000			
	Третий слой	0,000			
11	Первый слой	0,012	<b>0,012</b>	<b>1,266</b> (600 Гц)	<b>1,275</b>
	Второй слой	0,000			
	Третий слой	0,000			
13	Первый слой	0,000	<b>0,000</b>	<b>0,003</b> (600 Гц)	
	Второй слой	0,000			
	Третий слой	0,000			
17	Первый слой	0,001	<b>0,001</b>	<b>0,198</b> (900 Гц)	
	Второй слой	0,000			
	Третий слой	0,000			
	Первый слой	0,000			<b>0,221</b>



19	Второй слой	0,000	<b>0,000</b>	<b>0,022</b> (900 Гц)	
	Третий слой	0,000			
1-19	Первый слой	3,368	<b>5,638</b>		
	Второй слой	1,581			
	Третий слой	0,688			

Возможность найти потери в массивном сердечнике от каждой гармоники в отдельности позволяют использовать эти простые модели для оценки точности применяемых на практике расчетных формул. Так, в [4] приведены выражения для расчета потерь от высших гармоник в роторе турбогенератора, полученные на основе решения полевой задачи при допущении о постоянстве магнитной проницаемости массивного сердечника [5]. Применение этих формул для модели №8 при  $\mu_r = 1000$  и  $\sigma_2 = 5$  МСм/м дает для 5-й и 7-й гармоник в режиме синхронного вращения 1,877 и 0,514 Вт/мм. Результаты моделирования при тех же свойствах массива и частоте 300 Гц весьма близки: 1,795 и 0,544 Вт/мм. Однако при задании реальной кривой намагничивания, как следует из табл. 3, эти потери равны 7,513 Вт/мм.

Для примера, приведенного в [4] (расчет потерь в роторе турбогенератора), результаты моделирования при тех же свойствах массива довольно близки к расчетным – сумма потерь от 5-й и 7-й гармоник для модели равна 76,7 кВт, а при расчете по приведенным в [4] формулам – 77,8 кВт.

Представление МДС обмотки в виде совокупности гармонических токовых слоев дает возможность определять поле в зазоре и потери в массивном втором сердечнике для обмоток, выполненных по любой схеме. При этом обмотка представляется состоящей из катушечных групп, а в общем случае – из отдельных катушек, все формулы, необходимые для вычисления гармоник МДС, можно найти, например, в [6].

Описанные простые модели могут оказаться весьма полезными как при практических расчетах, так и при выполнении лабораторных работ и типовых расчетов при изучении курса «Электромагнитные расчеты».

**Выводы.**

1. При оценке потерь в массивном сердечнике с помощью конечно-элементных моделей следует задавать реальные магнитные свойства материала массива (реальную кривую намагничивания).

2. Достаточную точность при оценке потерь в заторможенном роторе (вторичной части линейного двигателя) обеспечивают простые конечно-элементные модели с гладкими сердечниками, в которых пазовые токи вынесены на поверхность на участки раскрытий пазов.

3. Конечно-элементные модели с гладкими сердечниками, в которых МДС обмотки представлена непрерывным токовым слоем, позволяют с достаточной для практических целей точностью найти потери от гармоник, которые наводят в массивном сердечнике токи одинаковой частоты. При этом на элементарных участках слоя лучше задавать «точечные» токи, а не постоянные плотности тока. При вычислении элементарных токов следует учитывать коэффициент влияния пазов  $C_v$ .

*Литература.*

1. *Meeker D.* Finite Element Method Magnetics. User's Manual. Version 4.0; June 17, 2004 ([dmeeker@ieee.org](mailto:dmeeker@ieee.org) и <http://femm.foster-miller.com>).

2. *Буль О.Б.* Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Магнитные цепи, поля и программа FEMM. – М.: Изд. центр «Академия», 2005.

3. *Иванов-Смоленский А.В.* Электрические машины. В 2-х томах. – М.: Издательство МЭИ, 2004.

4. *В.В. Хуторецкий и др.* под ред. Н.П. Иванова и Р.А. Лютера. Турбогенераторы. Расчет и конструкция. «Энергия», Ленинградское отд., 1967.

5. *И.М. Постников* Проектирование электрических машин. Гос. издательство технич. литературы УССР, Киев, 1960.

6. *Б. Геллер, В. Гамата* Дополнительные поля, моменты и потери мощности в асинхронных машинах. М.-Л.: «Энергия», 1964.

*Аннотация*

**РАСЧЕТ ПОТЕРЬ В МАССИВНЫХ СЕРДЕЧНИКАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
МАШИН С ПОМОЩЬЮ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ**

*В.И. Гончаров, Тейн Наинг Тун*

Московский энергетический институт (Технический университет)

Рассмотрены простые двухмерные конечно-элементные модели электрических машин с одним массивным сердечником, позволяющие приближенно оценивать потери от всех пространственных гармоник (при взаимно неподвижных сердечниках) или от пары сопряженных гармоник (при вращающемся массивном сердечнике). Обмотка якоря моделируется токовым слоем. Результаты, полученные на моделях, сравниваются с результатами расчетов по формулам, приведенным в литературе по проектированию электрических машин.

*Ключевые слова:* переменное электромагнитное поле, пространственные гармоники, массивные роторы, потери.

*Abstract*

**THE USE OF FINITE ELEMENT MODELS FOR DETERMINING THE  
POWER LOSSES IN THE SOLID PARTS OF AN ELECTRICAL MACHINE  
MAGNETIC CIRCUIT**

*V.I. Goncharov and Thein Naing Tun*

Moscow Power Engineering Institute (Technical University)

The simple 2D finite-element models of electrical machines with one solid part of the magnetic circuit are considered, which enables the power losses caused by all space harmonics (when the rotor does not rotate) or by the pair of conjugate harmonics (when the rotor rotates) can be estimated. An armature winding is represented in the model by a thin current layer. The results of modeling are compared with calculation results obtained using the formulae known in the literature on the design of electrical machines.

*Key words:* alternating electromagnetic field, space harmonics, solid rotors, power losses.

*Авторы*

Гончаров Владимир Иванович, окончил электромеханический факультет МЭИ в 1963 г., ст. преподаватель кафедры электромеханики МЭИ (ТУ).

Тейн Наинг Тун, окончил бакалавриат по направлению «электроэнергетика» в Яньгонском техническом университете (Союз Мьянмы) в 2002 г., магистратуру по кафедре электромеханики МЭИ в 2006 г., аспирант кафедры электромеханики МЭИ (ТУ).

*Authors*

VLADIMIR IVANOVICH GONCHAROV graduated from the Electromechanical Faculty of the Moscow Power Institute (MPI) in 1963. He is a senior lecturer in the Electromechanics Department of the MPI.

THEIN NAING TUN received a bachelor's degree on electrical energetics from the Yangon Technical University (Myanmar Union) in 2002 and master's degree from the Electromechanics Department of the MPI in 2006. He is a post-graduate student in the Electromechanics Department of the MPI.