

ПРОСТЫЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ РАСЧЕТОВ ПОТЕРЬ В МАССИВНЫХ РОТОРАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Н.А. Габдуллин¹, В.П. Глазков², В.И. Гончаров¹, М.Б. Панасюк¹

1 – Московский энергетический институт, 2 – ФГУП ВЭИ

В известных руководствах по проектированию электрических машин для расчета потерь в массивных роторах рекомендуется использовать выражения, полученные на основе аналитических решений полевых задач [1, 2]. Тем самым в этих расчетах утверждаются допущения, обычно принимаемые при аналитическом подходе, среди которых основными являются постоянство магнитной проницаемости и электропроводности в массиве и допустимость суперпозиции потерь от различных гармоник. Использование современной вычислительной техники и современных программ существенно расширило возможности инженеров-расчетчиков. В последнее время появились многочисленные публикации, в которых приведены примеры расчета потерь в массивных элементах магнитопроводов электрических машин с помощью метода конечных элементов при снятии практически всех ограничений – учитываются реальная конфигурация зубчатых сердечников и их взаимное перемещение, нелинейность свойств стали, наличие гистерезиса, характер изменения во времени индукции в элементе объема массива и т.д. Однако программы для подобного рода расчетов сложны, не всегда доступны и обычно требуют вычислительных машин повышенной производительности.

В то же время, если сохранить допущение о возможности суперпозиции потерь, обусловленных гармониками МДС, можно предложить довольно простые конечно-элементные модели для оценочных расчетов потерь в массивных роторах. В [3] приведены примеры использования таких моделей для решения магнитостатических задач: определения обмоточных коэффициентов при заданных схемах обмоток, определения коэффициентов влия-

ния пазов и т.п. Такие же по структуре, но так называемые гармонические модели, в которых принято, что все величины поля изменяются во времени по гармоническому закону, могут быть применены для расчета потерь в массивных элементах роторов электрических машин.

Прежде чем говорить о самих моделях, следует остановиться на основном принимаемом допущении – необходимо оценить возможность суперпозиции потерь от отдельных гармоник. Дадим эту оценку на основании нескольких численных экспериментов.

Удобнее всего здесь воспользоваться моделью двигателя переменного тока с заторможенным ротором. Примем, что на статоре двухполюсного двигателя имеется трехфазная обмотка с $q = 1$, уложенная в пазы с достаточно малыми раскрытиями. Магнитную проницаемость сердечника статора примем достаточной для того, чтобы исключить его насыщение и тем самым влияние его размеров ($\mu_r = 10^5$). В качестве материала ротора возьмем сталь 30ХГСА с электропроводностью $\gamma = 5$ МСм/м. Диаметр ротора и зазор примем равными 280 и 3 мм. Такой выбор модели объясняется тем, что в дальнейшем предполагается рассмотреть индукторный генератор с аксиальной обмоткой возбуждения, имеющий те же диаметр и материал ротора и зазор.

При моделировании режима с заторможенным ротором на гармонической модели на участках пазов статора задаются комплексные значения плотности тока, соответствующие начальным и конечным сторонам фаз обмотки. Частота модели задается равной частоте сети. Магнитное поле, воспроизводимое в такой модели, представляет собой результирующее поле, созданное всеми гармониками МДС, соответственно и потери в роторе, «измеренные» на такой модели, представляют потери, обусловленные всеми гармониками.

Для определения гармоник МДС рассмотрим вначале магнитостатическую модель, в пазах которой заданы мгновенные значения токов. Частота модели равна нулю и в роторе не наводится вихревых токов. Плотности тока в пазах будем постепенно увеличивать до тех пор, пока не нарушится про-

порциональность между токами статора и амплитудой основной гармоники индукции в зазоре (после каждого изменения токов производится гармонический анализ поля в зазоре). Таким образом мы добьемся того, что ротор будет находиться в состоянии умеренного насыщения. Далее найдем амплитуды линейной плотности тока токовых слоев, каждый из которых создает на поверхности ротора гармоническое распределение индукции с амплитудой $B_{\max.v}$:

$$A_{z.\max.v} = \frac{\pi}{\tau_v} \Psi_{\max.v} = \frac{\pi \cdot 2p}{\pi D} v \cdot \frac{B_{\max.v}}{\mu_0} \delta \frac{\text{ch}(\alpha_v \delta)}{C_v} = \frac{2p\delta}{D\mu_0} B_{\max.v} v \cdot k_A, \quad (1)$$

где τ_v - полюсное деление v -й гармоники; $\Psi_{\max.v}$ - амплитуда гармоники скалярного магнитного потенциала на поверхности статора при равенстве нулю потенциала поверхности ротора; D - диаметр расточки статора; $2p$ - число полюсов; $B_{\max.v}$ - амплитуда гармоники индукции на поверхности ротора; δ - зазор; $\alpha_v = (\pi/\tau_v)$; C_v - коэффициент влияния раскрытий пазов, введенный Т.Г. Сорокером, алгоритм расчета этих коэффициентов приведен в [4].

По найденной линейной плотности тока (линейной нагрузке) определим плотность тока в токовом слое толщиной Δ_i , представляющем в модели рассматриваемую гармонику:

$$j_{z.\max.v} = \frac{A_{z.\max.v}}{\Delta_i} \quad (2)$$

Формула (1) предполагает, что зазор ограничен сердечниками с бесконечной магнитной проницаемостью, поэтому если задать в токовом слое распределение плотности тока в соответствии с (2), индукция на поверхности ротора с магнитной проницаемостью, не равной бесконечности, окажется меньше $B_{\max.v}$. Вводя соответствующую коррекцию, можно найти значение $j_{z.\max.\text{мод}}$, обеспечивающее на поверхности ротора распределение индукции с амплитудой $B_{\max.v}$. При этом желательно определение амплитуд плотностей тока высших гармоник выполнять на моделях, воспроизводящих од-

новременно поле главной гармоники, определяющей степень насыщения ротора.

В программе *FEMM* [5], а все расчеты выполнены с помощью этой программы, которая широко используется нами в учебном процессе, плотность тока в модели может быть задана только постоянной на некотором участке. Поэтому гармонический токовый слой задается как последовательность интервалов, число которых должно быть достаточным для того чтобы погрешность аппроксимации была малой. Опыт показывает, что разбиение периода синусоидальной функции на 24 участка (по 15 эл. град.) вполне достаточно. С учетом дискретизации токового слоя наибольшее значение плотности тока на участке оказывается равным

$$j_{\max.v} = j_{z.\max.\text{мод}.v} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{N_{\text{уч}}}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{N_{\text{уч}}}\right)^{-1} \quad (3)$$

По рассчитанным значениям $j_{\max.v}$ можно найти амплитуды МДС токовых слоев, создающих требуемое распределение индукции на поверхности ротора:

$$F_{\max.v} = j_{\max.v} \frac{\tau_1}{\pi} \Delta_i \frac{1}{v} = \frac{D}{2p} \cdot \Delta_i j_{\max.v} \frac{1}{v}. \quad (4)$$

Эти значения МДС оказываются близкими к значениям, рассчитанным по обычным формулам для МДС пространственных гармоник, для трехфазной обмотки имеющим вид

$$F_{\max.v.\text{расч.}} = 1,35 \frac{w \cdot k_{\text{обм}.v}}{pv} I, \quad (5)$$

где w - число эффективных витков фазы, $k_{\text{обм}.v}$ - обмоточный коэффициент гармоники, I - действующее значение фазного тока.

Найденные описанным способом плотности тока используются затем при моделировании переменных полей – как каждой гармоники в отдельности (модель с одним токовым слоем), так и нескольких гармоник («многослойные» модели). Как уже было сказано, на модели машины с заторможенным ротором могут быть заданы все гармоники – и прямо-, и обратнотра-

щающиеся. Сравним потери, измеренные на полной исходной модели, с суммой потерь, определенных на моделях полей отдельных гармоник, оценим погрешность, связанную с допускаемой суперпозицией.

Результаты моделирования на магнитостатических моделях представлены в табл. 1. Здесь же приведены потери, определенные на гармонических моделях полей отдельных гармоник, их сумма и потери, определенные на моделях, в которых статоры представлены зубчатыми сердечниками (эти модели условно названы исходными).

Таблица 1

q	1	q	2
$B_{max.1}, T$	1,326	$B_{max.1}, T$	1,332
$B_{max.5}, T$	0,332	$B_{max.5}, T$	0,171
$B_{max.7}, T$	0,233	$B_{max.7}, T$	0,119
$j_{max.1}, A/mm^2$	155,5	$j_{max.1}, A/mm^2$	156,2
$j_{max.5}, A/mm^2$	162,7	$j_{max.5}, A/mm^2$	157,3
$j_{max.7}, A/mm^2$	152,6	$j_{max.7}, A/mm^2$	144,3
$F_{max.1}, A$	4354	$F_{max.1}, A$	4374
$F_{max.5}, A$	911	$F_{max.5}, A$	400
$F_{max.7}, A$	610	$F_{max.7}, A$	311
$F_{max.1.расч.}, A$	4633	$F_{max.1.расч.}, A$	4476
$F_{max.5.расч.}, A$	927	$F_{max.5.расч.}, A$	407
$F_{max.7.расч.}, A$	662	$F_{max.7.расч.}, A$	344
$P_{рот.1}, Вт/мм$	24,8	$P_{рот.1}, Вт/мм$	25,0
	20,3		20,5
$P_{рот.5}, Вт/мм$	11,7	$P_{рот.11}, Вт/мм$	0,924
	10,3		0,855
$P_{рот.7}, Вт/мм$	4,3	$P_{рот.13}, Вт/мм$	0,415
	4,0		0,384
$P_{1,5,7}, Вт/мм$	40,8	$P_{1,11,13}, Вт/мм$	26,1
	34,6		21,5
$P_{исх.м.}, Вт/мм$	35,5	$P_{исх.м.}, Вт/мм$	28,7
	24,2		22,4

Потери в таблице представлены двумя значениями: в верхней ячейке – полные потери в роторе, в нижней – потери в выделенном поверхностном слое толщиной 3 мм. Поскольку моделируемые поля считаются плоскопараллельными (краевые эффекты не учитываются), значения потерь приведены на 1 мм «глубины» модели (размер по оси z).

На рис. 1 показана картина поля, созданного токовым слоем первой гармоники при частоте питания 50 Гц. Толщина токового слоя 0,2 мм при зазоре, равном 3 мм. Поверхностный слой, выделенный на роторе, имеет более подробную сетку элементов (максимальный размер 1 мм). Общее число узлов модели – около 72 тысяч.

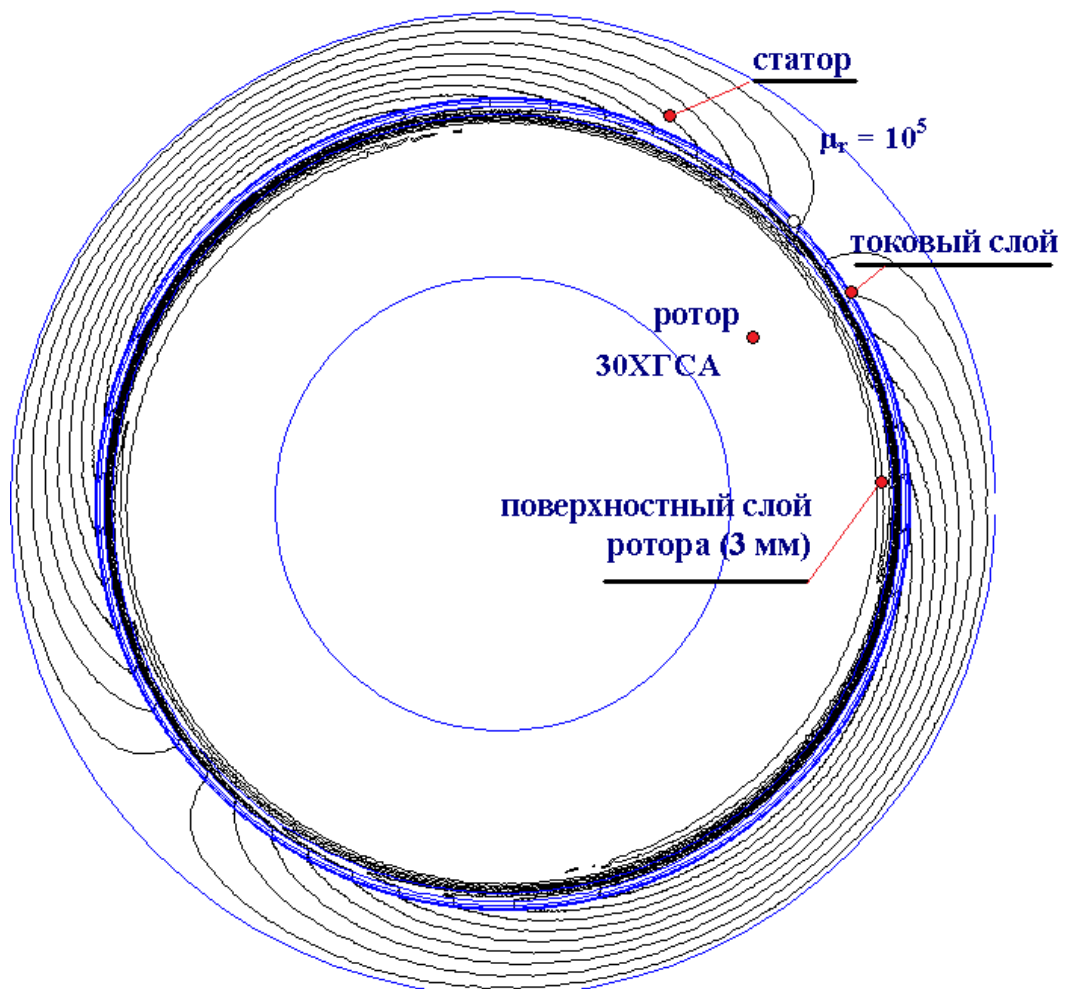


Рис. 1. Поле основной гармоники при заторможенном роторе.

Как видно из таблицы, суммирование потерь отдельных гармоник в рассмотренном примере вполне допустимо для приближенной оценки полных потерь. Правда, для машины с двумя пазами на полюс и фазу потери от зубцовых гармоник при частоте 50 Гц невелики, что не дает достаточных оснований для этого вывода. В связи с этим рассмотрим потери в этой же машине при питании ее от источника с частотой 1000 Гц, тем более, что проблема потерь в массивных роторах особенно важна для высокоскоростных машин. Потери от 11-й и 13-й гармоник в этом случае составляют существенно большую долю от общих потерь: $P_{\text{рот.1}} = 110,8$ Вт/мм; $P_{\text{рот.11}} = 45,1$ Вт/мм; $P_{\text{рот.13}} = 25,2$ Вт/мм; $P_{\text{рот.1}} + P_{\text{рот.11}} + P_{\text{рот.13}} = 181,1$ Вт/мм; $P_{\text{исх.м.}} = 194,6$ Вт/мм. Как видно, сумма потерь от отдельных гармоник и в этом случае достаточно близка (меньше на 6,7%) к потерям от результирующего поля.

Цилиндрические модели полного поперечного сечения с многополюсными гармоническими токовыми слоями не совсем удобны – они избыточны и неудобны для редактирования вручную. При моделировании v -й гармоники, воспользовавшись периодическими граничными условиями, можно значительно сократить область задачи, ограничившись одним периодом гармоники. Зазор при этом, если влияние кривизны сердечников незначительно, удобно принять плоским. Раз построив такую модель для одной из гармоник, модели для других гармоник можно получить с помощью простых средств редактирования, например «сжимаемая» или «растягиваемая» эту модель по длине. Кроме того, при формировании новых моделей можно воспользоваться правилами теории подобия [6].

Рассмотрим построение модели v -й гармоники на базе модели 1-й гармоники при сохранении длины периода. Условно базовую модель можно считать оригиналом. Тогда сохранение длины периода соответствует выбору масштаба линейных размеров m_l , равным v . Это означает, что при сохранении размеров по оси x размеры по оси y должны быть изменены в v раз. Далее можно задаться некоторыми другим масштабами, например, при за-

дании неизменных рассчитанных плотностей тока $m_j = 1$, а при сохранении частоты модели $m_t = 1$. Зададимся также масштабом магнитной проницаемости, равным единице : $m_\mu = 1$. Масштабы электропроводности и напряженности поля в этом случае вычисляются следующим образом:

$$m_\gamma = \frac{m_t}{m_t^2 m_\mu} = \frac{1}{v^2 \cdot 1} = \frac{1}{v^2}, \quad (6)$$

$$m_H = m_t m_j = v \cdot 1 = v. \quad (7)$$

Поскольку напряженность поля в формируемой модели в v раз больше, чем в оригинале, а $m_\mu = 1$, кривая намагничивания материала ротора модели должна быть подобно изменена – значения напряженности и индукции в таблице исходных данных должны быть изменены в v раз (эту операцию можно легко осуществить средствами программы *MathCAD*).

Масштаб потерь находится через перечисленные масштабы:

$$m_p = m_H^2 m_t m_\gamma^{-1} = v^2 \cdot v \cdot \left(\frac{1}{v^2}\right)^{-1} = v^5. \quad (8)$$

При расчете потерь от v -й гармоники во всем роторе надо учитывать, что глубина модели осталась равной 1 мм, т.е. в v раз меньше, чем должна была быть при реальном физическом моделировании, а также то, что по окружности ротора содержится v периодов гармоники:

$$P_{v.рот.} = P_{v.мод.} \cdot v \cdot v / m_p = P_{v.мод.} \cdot v^{-3} \quad (9)$$

Можно указать и другие варианты выбора масштабов. В частности, удобно сохранить равным единице масштаб напряженности: $m_H = 1$. В этом случае нет необходимости изменять кривую намагничивания, но придется в $m_t^{-1} = v^{-1}$ раз изменить плотности тока на участках токового слоя.

На рис. 2 показан фрагмент картины поля 5-й гармоники при частоте 50 Гц и при заторможенном роторе.

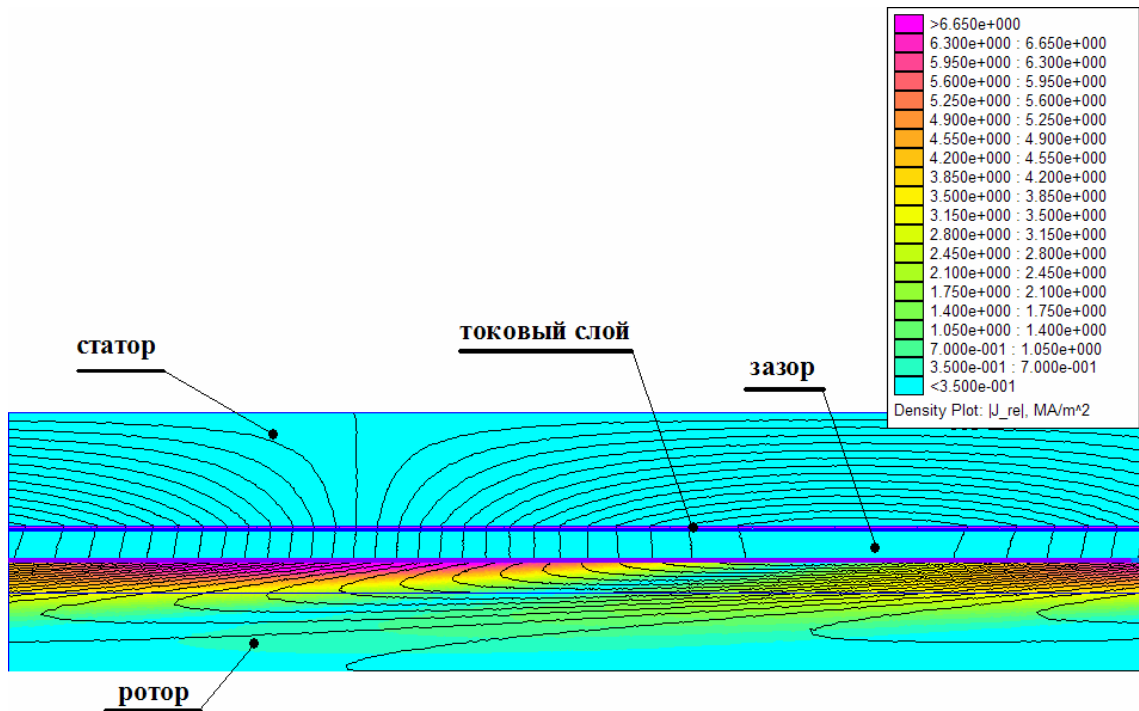


Рис. 2. Картина поля 5-й гармоники при заторможенном роторе.

В моделях, преобразованных по правилам физического моделирования, картины поля оказываются подобными. На рис. 3 проиллюстрирован пример использования подобных в геометрическом отношении моделей. В общей области задачи построены модели равномерного плоского зазора с токовым слоем на поверхности верхнего сердечника. Размеры моделей отличаются в два раза ($m_l = 0,5$), плотность тока в токовых слоях одинакова ($m_j = 1$). Поскольку при этом $m_H = m_l = 0,5$, индукция в малой модели вдвое меньше, чем индукция в сходственных точках большой модели (будем называть ее оригиналом). Это означает, что кривая намагничивания должна быть пересчитана – таблично заданные значения индукции и напряженности должны быть уменьшены вдвое. В отличие от реальных физических моделей на конечно-элементных моделях такая замена материала не только возможна, но и легко выполняема. Как видно на рисунке, значения магнитной проницаемости и плотности тока в сходственных точках модели и оригинала совпадают.

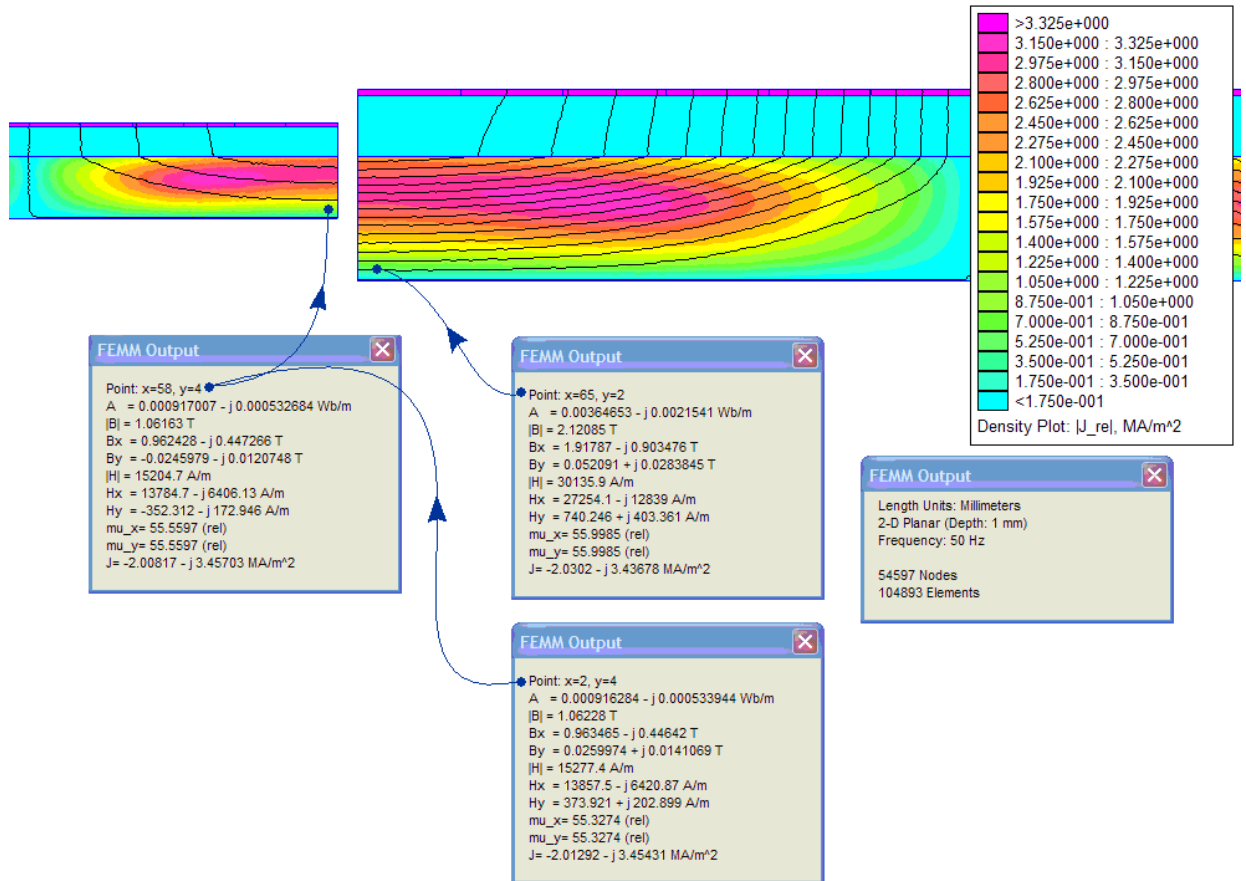


Рис. 3. Результаты моделирования. Показан фрагмент области – правый край периода малой модели и левый край (начало) большой модели. Плотности тока на сходственных участках токовых слоев одинаковы. Поле пульсирует с частотой 50 Гц.

Размещение и оригинала и модели в одной области задачи удобно тем, что можно на одном графике получать распределения величин поля в обоих объектах.

Применим описанные приемы моделирования и оценки потерь к индукторному генератору с аксиальной обмоткой возбуждения, проект которого представлен в [7]. Методика электромагнитного расчета таких машин с помощью полевых моделей описана в [8]. На рис. 4 показана картина поля генератора при холостом ходе. Поскольку токи в статорной обмотке отсутствуют, «рассечение» (две близко расположенные радиальные внешние границы, на которых задана разность векторных магнитных потенциалов,

определяющая униполярный поток) выбрано таким образом, чтобы минимально исказить распределение индукции в зазоре.

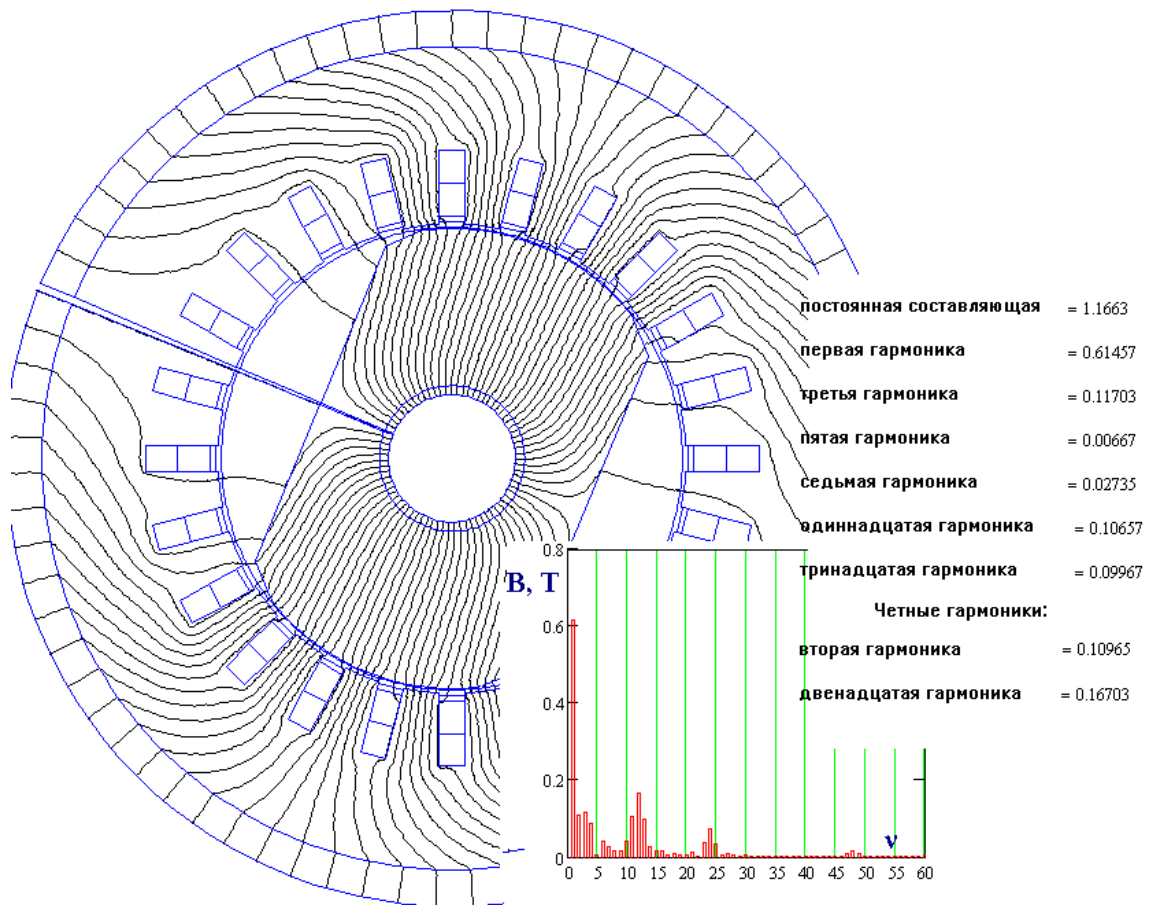


Рис. 4. Поле индукторного генератора с аксиальной обмоткой возбуждения при холостом ходе. Гармонический состав

Потери в стали ротора генераторов этого типа складываются из потерь холостого хода – поверхностных потерь, обусловленных зубчатостью статора, и потерями от полей пространственных гармоник МДС якоря, вращающихся с несинхронными скоростями. Гармоники поля, создающие потери первого вида, легко определить на конечно-элементной модели, смоделировав вначале машину с зубчатым статором, а затем с гладким и найдя т. наз. разностное поле. Эти гармоники вращаются относительно ротора с одной и той же скоростью и наводят в нем токи с частотой νf_1 . Строго говоря, эти гармоники не могут быть смоделированы на общей конечно-элементной модели, однако, поскольку отличие в скоростях невелико, совместное их вос-

произведение с некой средней частотой не приводит к большим ошибкам. Заметим, что амплитуды этих гармоник могут быть заметно снижены при рациональном выборе формы поперечного сечения ротора и применением магнитных клиньев.

Потери второго вида могут быть оценены описанным выше способом – путем определения амплитуд гармоник МДС и использования простых конечно-элементных моделей активной зоны с одним периодом токового слоя и с плоским зазором.

Сопряженные гармоники, наводящие в роторе токи одной частоты, можно моделировать совместно, однако в этом случае потребуется не одно-периодная модель, а модель с длиной, на которой целое число раз укладываются периоды каждой гармоники.

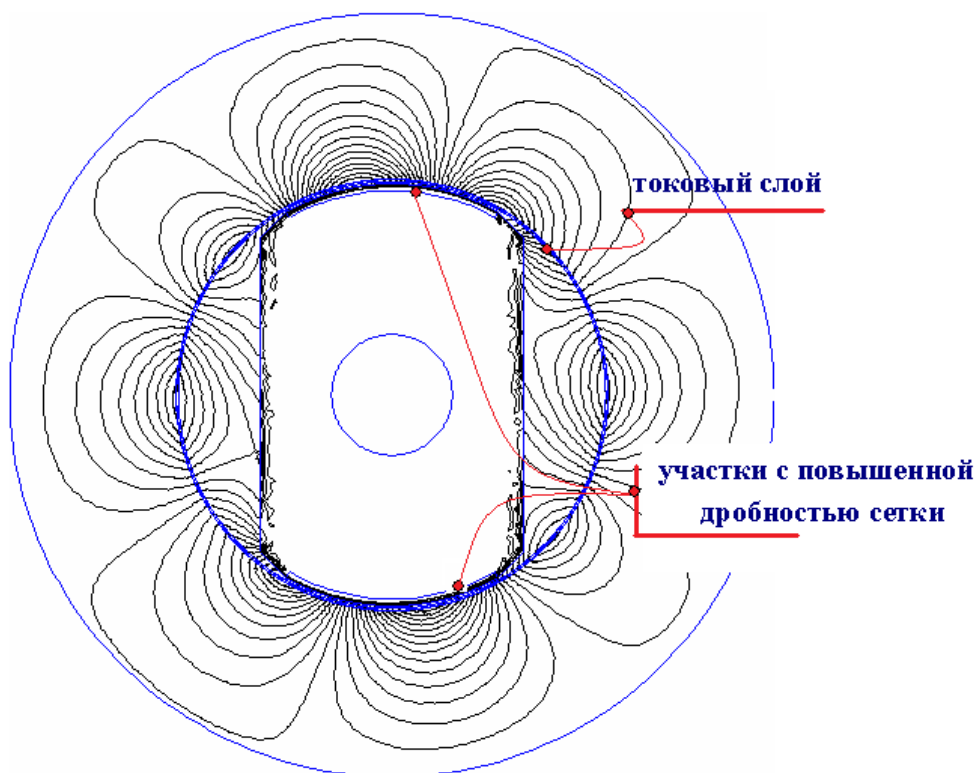


Рис. 5. Картина поля, созданного второй гармоникой разностного поля

На рис. 5 показана картина поля, созданного 2-й гармоникой разностного поля, снятая на гармонической модели с 8-полюсным токовым слоем на внутренней поверхности статора. Основные потери выделяются в поверхностных слоях полюсных выступов, которые воспроизведены в модели с повышенной дробностью сетки. На рис 6 показан фрагмент «заготовки» модели активной зоны с плоским зазором и с несколькими токовыми слоями у верхнего сердечника. На верхней внешней границе области заданы условия Неймана, на боковых границах – периодические условия.

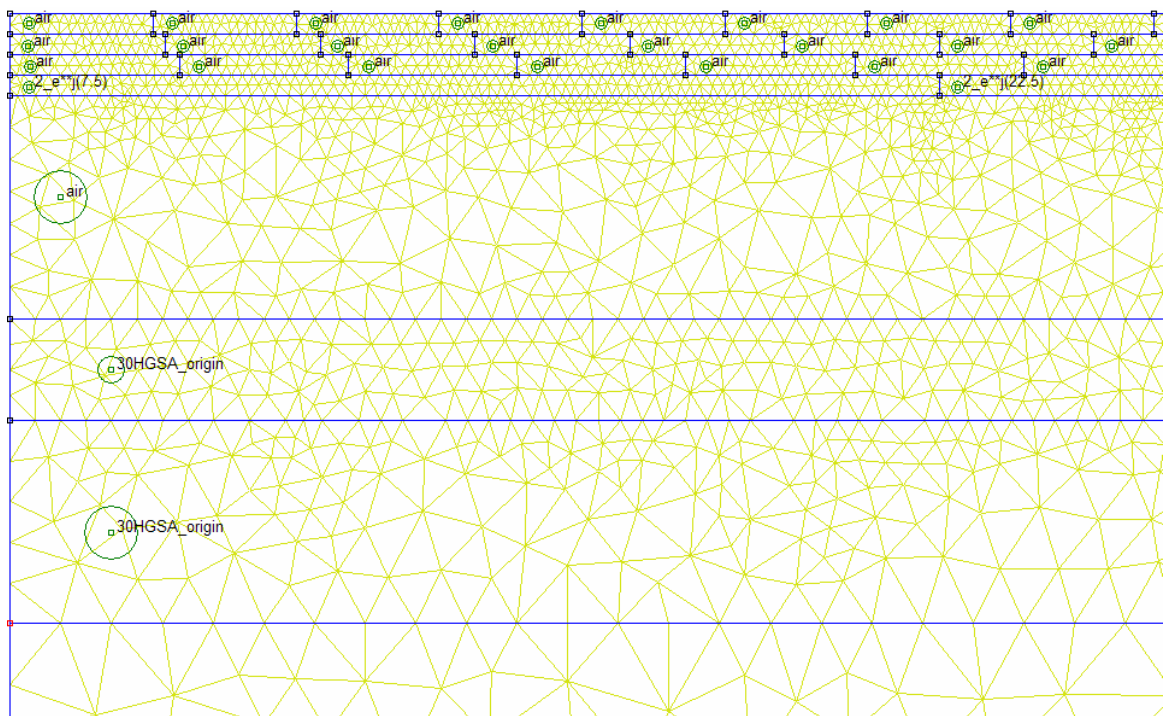


Рис. 6. Фрагмент модели с плоским равномерным зазором

На рис. 7 показано распределение индукции разностного поля и картина поля 12-й гармоники этого поля, наводящего в роторе токи с частотой 9996 Гц.

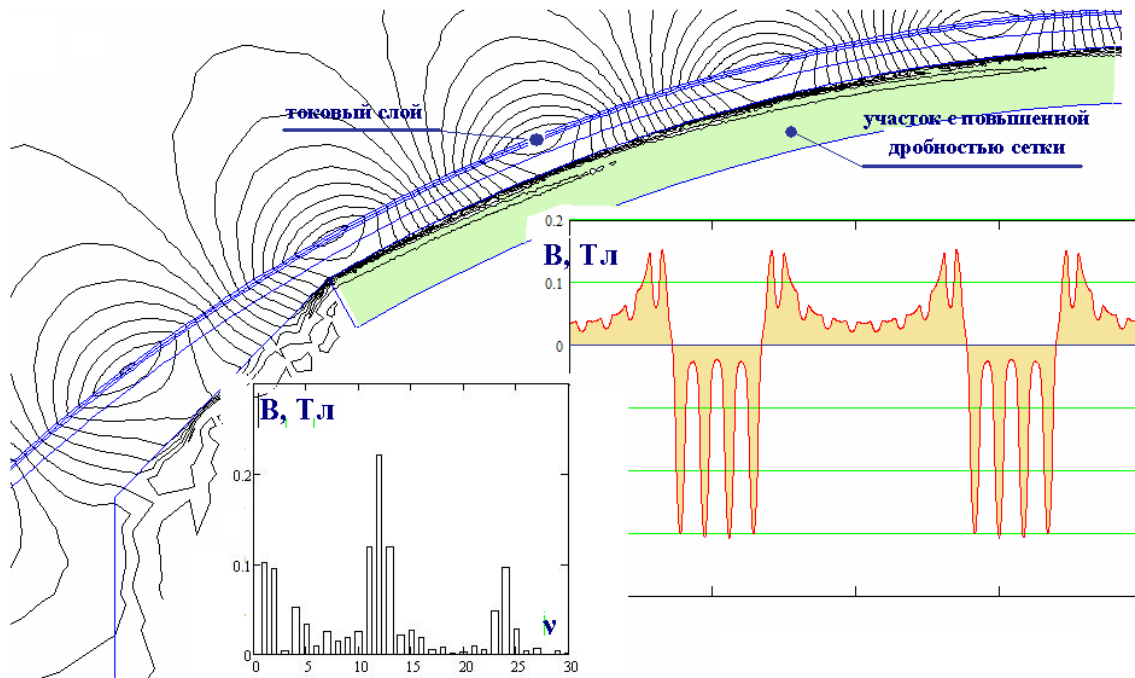


Рис. 7. Картина поля 12-й гармоники, вращающейся с синхронной скоростью относительно ротора. Частота переменных модели $833 \cdot 12 = 9996$ Гц

Результаты моделирования и расчета потерь в роторе генератора с указанными размерами поперечного сечения сведены в таблицу.

Таблица 2

Номер гармоники	Амплитуда гармоники, Тл	Частота модели, Гц	Потери, Вт/мм
Гармоники разностного поля			
1	0,100	833	0,734
2	0,100	1666	4,29
11	0,120	9163	39,8
12	0,220	9996	156
13	0,120	10829	39,4
24	0,090	19992	1,40
Потери в роторе при холостом ходе			254
Гармоники МДС статора			
11	0,330	9996	89,1
13	0,127	9996	12,1
23	0,100	19992	4,3
25	0,090	19992	3,0
Потери от пространственных гармоник МДС статора			109

Как показали выполненные расчеты, потери в роторе оказываются очень большими и для их снижения требуется применять меры по усовершенствованию конструкции. Так, применение магнитных пазовых клиньев с относительной магнитной проницаемостью 5 вдвое снижает амплитуды наиболее выраженных гармоник разностного поля. Другими действенными мерами является переход к обмотке с $q = 3$ или к беспазовой обмотке.

Этот же метод расчета поверхностных потерь холостого хода был применен для определения потерь в стальной бандажной гильзе высокоскоростного двухполюсного генератора с постоянными магнитами на роторе [9]. Для оценки точности метода был выполнен эксперимент – определялись потери в роторе при нешихтованной (массивной) и при шихтованной гильзах. Полагая во втором случае потери в гильзе равными нулю, по разности измеренных потерь находили потери в массивной гильзе. Результаты эксперимента с погрешностью менее 10% совпали с результатами расчета.

Выводы

1. Подтверждена возможность приближенного определения потерь в стали массивных роторов как суммы потерь от отдельных гармоник поля.
2. Расчет потерь от отдельных гармоник удобно выполнять на простых конечно-элементных моделях, воспроизводящих один период рассматриваемой гармоники.
3. Определять гармоники поля, создающие в роторе поверхностные потери холостого хода, удобно, находя разность полей, полученных на моделях с зубчатым и с гладким статором.
4. При построении моделей удобно воспользоваться положениями теории физического моделирования.

Литература

1. *Г.М. Хуторецкий и др.* под ред. Н.П. Иванова и Р.А. Лютера. Турбогенераторы. Расчет и конструкция. «Энергия», Ленинградское отд., 1967.

2. *И.М. Постников* Проектирование электрических машин. Гос. издательство технич. литературы УССР, Киев, 1960

3. *В.И. Гончаров, Тейн Хаинг Тун*, Расчет потерь в массивных сердечниках электрических машин с помощью конечно-элементных моделей, *Изв. вузов. Электромеханика*, 2010, № 2

4. *А.В. Иванов-Смоленский*. Электрические машины. В 2-х томах. – М.: Издательство МЭИ, 2004.

5. *Meeker D.* Finite Element Method Magnetics. User's Manual. Version 4.0; June 17, 2004 (dmeeker@ieee.org и <http://femm.foster-miller.com>).

6. *А.В. Иванов-Смоленский*. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование, М.: «Энергия», 1969.

7. *Н.А. Габдуллин*, Сравнительное проектирование высокоскоростных синхронных генераторов, *магистерская диссертация*, МЭИ, каф. электромеханики, 2012.

8. *А.В. Иванов-Смоленский, В.П. Глазков, В.И. Гончаров*,. Электромагнитный расчет индукторного генератора с униполярной обмоткой возбуждения на статоре, «Электричество», 2007, № 10

9. *М.Б. Панасюк*, Высокоскоростной генератор с постоянными магнитами на роторе, *магистерская диссертация*, МЭИ, каф. электромеханики, 2012.

Авторы

Никита Алексеевич Габдуллин, окончил кафедру электромеханики МЭИ в 2012 г., аспирант кафедры.

Владимир Петрович Глазков, окончил кафедру электрических машин МЭИ в 1960 г., кандидат технических наук, диссертацию на тему: «Пусковые характеристики явнополусных электрических машин с массивными полюсами» защитил в 1972 г., лауреат Государственной премии 1981 г., начальник конструкторско-технологического отдела НТЦ-4 ФГУП ВЭИ им. Ленина.

Владимир Иванович Гончаров, окончил кафедру электрических машин МЭИ в 1963 г., ст. преподаватель кафедры.

Максим Борисович Панасюк, окончил кафедру электромеханики МЭИ в 2012 г., аспирант кафедры.

Аннотация

С помощью численных экспериментов на конечно-элементных моделях показана допустимость приближенного определения потерь в стали массивных роторов как суммы потерь от высших гармоник, найденных при моделировании поля каждой гармоники по отдельности. Предложены простые конечно-элементные модели с протяженностью в один период гармоники, на которых МДС гармоники воспроизводится в виде тонкого гармонического токового слоя, предложены простые способы преобразования этих моделей, в том числе с использованием правил теории подобия.

Ключевые слова: массивные роторы, потери в стали, метод конечных элементов, теория подобия

Permissibility of superposition of the individually obtained high-order harmonic losses when total loss in the iron of solid rotors is estimated has been confirmed using the FE-models. Simple one-period models with harmonic mmf represented as a thin harmonic current layer and simple technique of their transform including methods of the similarity theory have been proposed.

Key words: solid rotors, iron losses, finite element method, similarity theory