

## Введение

Устройство, изображенное на рис. В.1, можно рассматривать как электромеханический преобразователь энергии довольно общего вида. Электрическая энергия от многофазного (в данном случае двухфазного) источника переменного тока подводится к зажимам обмоток, помещенных на двух шихтованных сердечниках магнитопровода. Сердечники не полностью замкнуты – в их общем зазоре может перемещаться укрепленная в направляющих полоса из электропроводящего материала, например, из меди. Токи, протекающие по обмоткам, создают в сердечниках сдвинутые по временной фазе магнитные потоки, вследствие чего токи, индуцированные в медной пластине в активных зонах двух сердечников также оказываются сдвинутыми по фазе.

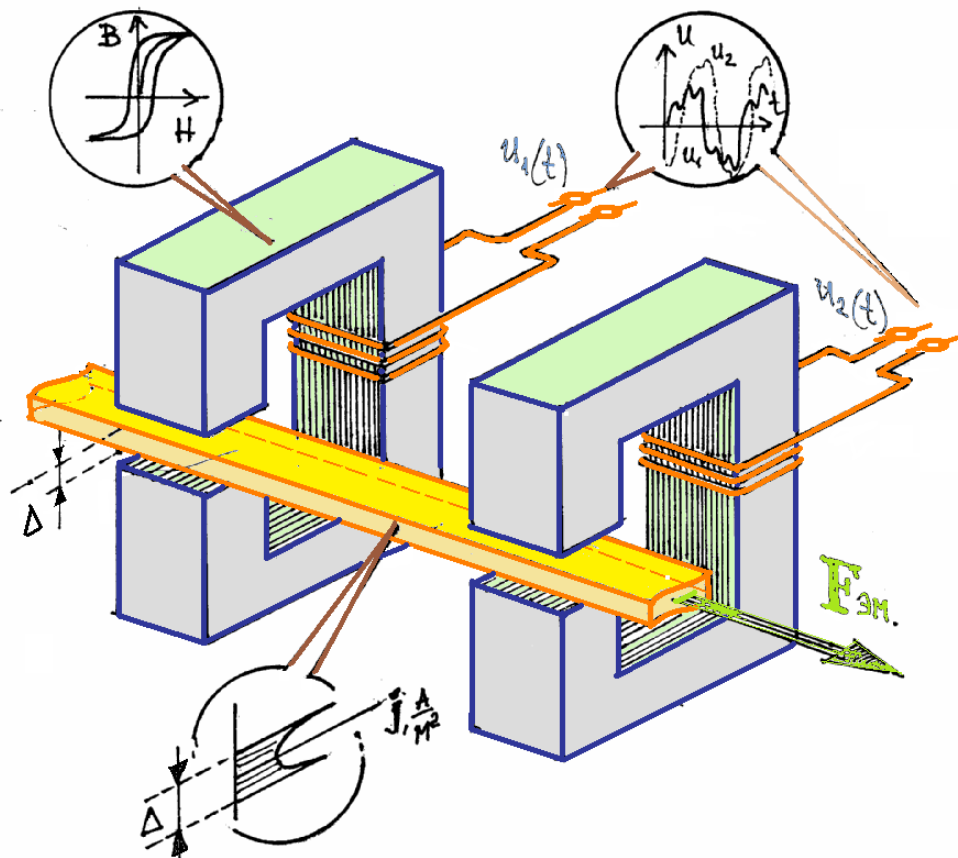


Рис. В.1. Электромеханический преобразователь энергии переменного тока

В общем случае в каждый момент времени электромагнитные силы, обусловленные взаимодействием магнитных потоков и индуктированных в пластине токов, в зонах двух сердечников оказываются различными, т.е. равнодействующая этих сил, равная их сумме, оказывается не равной нулю. Таким образом, электрическая энергия, подведенная к обмоткам, преобразуется в механическую энергию движущейся пластины. При рациональном выборе конструкции и режима питания можно добиться стабильного однонаправленного усилия, создаваемого медной пластиной.

Задачей инженера-электромеханика является расчет физических процессов, происходящих в электротехническом устройстве, и на этой основе – расчет характеристик и энергетических показателей.

Существуют два подхода к решению этой задачи. Первый из них предполагает представление устройства в виде некоторой эквивалентной электрической цепи. Вторым подходом является расчет электромагнитного поля в объеме устройства. И в том, и в другом случае решение значительно усложняется, если оказывается необходимым учет таких явлений, как нелинейность свойств материалов, обусловленная, например, насыщением стали сердечников, как вытеснение тока в массивных электропроводящих элементах конструкции, как, наконец, сложный характер временных зависимостей напряжений и токов. Явления эти, действительно, очень сложны и по своей природе, и по математическому описанию. Тем не менее, во многих случаях удается, делая упрощающие допущения, ценой определенной потери точности, привести задачу к виду, допускающему аналитическое или численное ее решение. Изучение методов расчета, основанных на рассмотрении электромагнитного поля электротехнического устройства (в качестве последнего мы чаще всего будем иметь в виду электрическую машину) и составляет основное содержание курса «*Электромагнитные расчеты*».

## Основные понятия, явления и законы электромагнитного поля.

### 1. Напряженность и индукция магнитного поля.

В 1820 г. датским профессором Хансом Христианом Эрстедом было обнаружено действие «гальванического» тока на пробный магнит, помещенный вблизи тока. Простой опыт, продемонстрированный Эрстедом во время лекции, сыграл важнейшую роль в развитии науки об электричестве и магнетизме.

В том же году французскими учеными Жаном-Батистом Био и Феликсом Саваром был установлен *опытный закон*, в дальнейшем сформулированный в общем виде Пьером-Симоном Лапласом, позволяющий *рассчитать* напряженность магнитного поля, созданное *элементом тока*  $i \cdot \overline{dl}$  в точке, отстоящей от него на расстояние  $R$  (см. рис. В.2)/

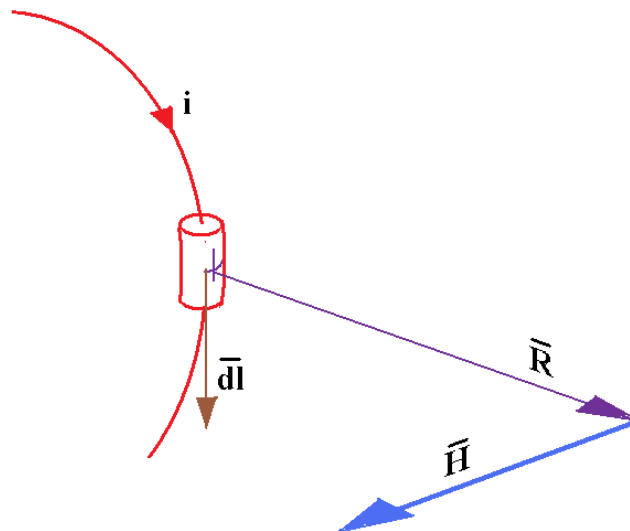


Рис. В.2. К определению напряженности магнитного поля

$$\overline{H} = \frac{i}{cR^3} [\overline{dlR}], \quad (\text{В.1})$$

где  $c$  – постоянная, зависящая от выбора системы единиц.

Напряженность поля является *силовой* характеристикой поля – она позволяет рассчитать силу, действующую на пробный элемент тока  $i_{\text{пробн}} \overline{dl}$ , помещенный в точку, в которой определена напряженность  $\overline{H}$ :

$$\overline{F} = \frac{i_{\text{пробн.}}}{c} [\overline{dlH}]. \quad (\text{B.2})$$

Размерность напряженности магнитного поля –  $A/m$ .

С напряженностью магнитного поля связана векторная величина, называемая *индукцией*:

$$\overline{B} = \mu \overline{H} = \mu_r \cdot \mu_0 \overline{H}, \quad (\text{B.3})$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость среды,  $Gn/m$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Gn/m$  – магнитная проницаемость вакуума,  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость, безразмерная величина.

Для немагнитных материалов (воздух, изоляция, медь, алюминий и т.д.)  $\mu_r \approx 1$  и  $\mu = \mu_0$ .

Особую и очень важную для электротехники группу материалов составляют *ферромагнетики*, способные за счет намагничивания собственных структурных элементов, называемых доменами, усиливать внешнее поле. Относительная магнитная проницаемость этих материалов в слабых полях может достигать очень больших значений (тысяч, десятков тысяч). В сильных полях сориентированными по направлению внешнего поля оказываются почти все или все домены – наступает *насыщение* и относительная магнитная проницаемость уменьшается во много раз (до десятков и единиц). Зависимость индукции в среде ферромагнетика от напряженности внешнего поля, выражаемая *кривой намагничивания*, становится нелинейной (рис. В.3).

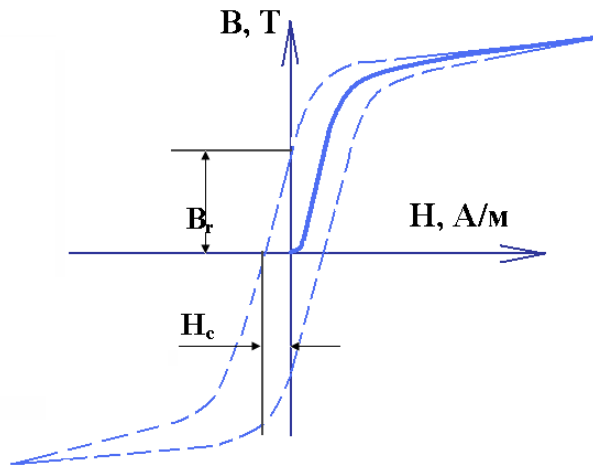


Рис. В.3. Кривая намагничивания ферромагнетика.  $B_r$  – остаточная индукция,  $H_c$  – коэрцитивная сила

## 2. Магнитный поток

Под магнитным потоком понимают *поток вектора индукции* магнитного поля:

$$\Phi = \int_s \overline{B} ds. \quad (\text{В.4})$$

Магнитный поток – *скалярная* величина, имеющая размерность  $Vб = B \cdot c = T \cdot m^2$ .

При изображении магнитного поля с помощью силовых линий *картину поля* обычно формируют таким образом, чтобы потоки *силовых трубок*, ограниченных на картине плоского поля соседними силовыми линиями, были одинаковыми:  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \dots$  (рис. В.4)

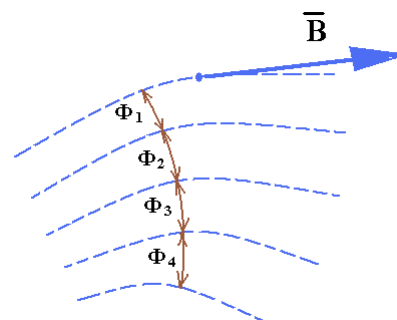


Рис. В.4. Потоки силовых трубок магнитного поля

Магнитный поток через элементарную площадку  $ds$  равен (рис. В.5)

$$\Phi = B_n ds$$

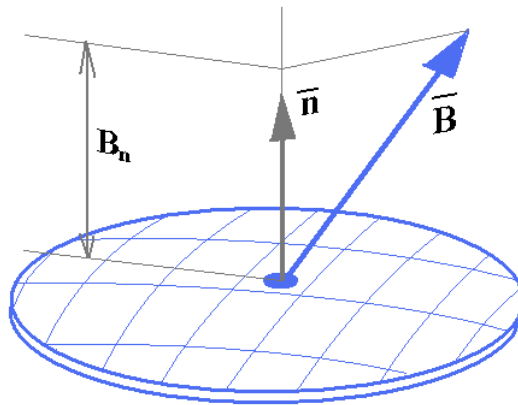


Рис. В.5. Вектор индукции на элементарной площадке  $ds$

В технических расчетах индукция обычно рассчитывается как *плотность магнитного потока*:

$$B = \frac{\Phi}{S}, \quad (\text{В.5})$$

где  $S$  – сечение элемента магнитной цепи, для которого определяется индукция.

### 3. Потокоцепление

Для катушки (обмотки), состоящей из  $w$  витков *потокоцепление* определяется следующим образом:

$$\Psi = \sum_{n=1}^w \Phi_n, \quad (\text{В.6})$$

где  $\Phi_n$  – поток, пересекающий поверхность  $n$ -го витка (часто говорят: *поток, сцепленный с  $n$ -м витком*).

Размерность потокоцепления – та же, что и магнитного потока –  $Вб$ .

В том случае, если витки плотно уложены друг на друга и все витки пронизываются одним и тем же потоком (обычно так бывает, если плотно

намотанная катушка помещена на слабо насыщенном сердечнике), потокосцепление определяется по простой формуле:

$$\psi = \Phi \cdot w \quad (\text{B.7})$$

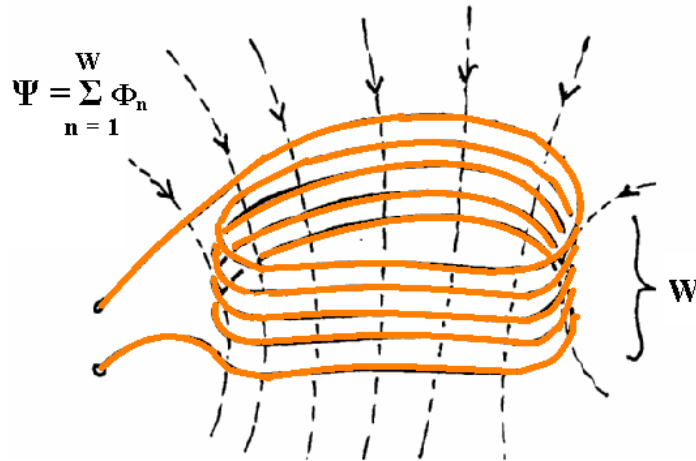


Рис. В.6. Потокосцепление катушки из  $w$  витков

#### 4. Индуктивность электрического контура.

Индуктивность контура определяется как отношение *его* потокосцепления к току, *создавшему* магнитное поле:

$$L = \frac{\Psi}{i}. \quad (\text{B.7})$$

Ток, создающий поле, может протекать как по самому контуру, в этом случае индуктивность называется *собственной*, так и по другому или другим контурам – в этом случае она называется *взаимной*. Размерность индуктивности – *Генри*:  $G_n = \text{Вб}/\text{А}$ .

#### 5. Индуктированная ЭДС и закон электромагнитной индукции.

Явление электромагнитной индукции открыто и описано Майклом Фарадеем в 1831 г. Обычно пользуются максвелловской формулировкой этого закона:

$$e = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (\text{B.8})$$

Выражение (B.8) следует читать следующим образом:

*В электрическом контуре, сцепленном с изменяющимся во времени магнитным полем, наводится ЭДС, такая, что, если этот контур замкнут, то ток, возникающий в контуре под действием этой ЭДС, своим магнитным действием препятствует изменению магнитного поля.*

Знак «минус», выражающий *правило Ленца*, определяет направление индуцированной ЭДС. Заметим, что контур, о котором идет речь, может быть и *не* замкнут – ток в нем в этом случае будет отсутствовать, но ЭДС индуцироваться будет.

#### 6. Закон полного тока.

Закон полного тока, сформулированный в интегральной форме:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = iw, \quad (\text{B.9})$$

где  $iw$  – суммарный ток, пронизывающий поверхность контура  $L$ , для которого определяется циркуляция напряженности поля, в технических расчетах обычно записывается в виде:

$$\sum_k H_k l_k = iw = F, \quad (\text{B.10})$$

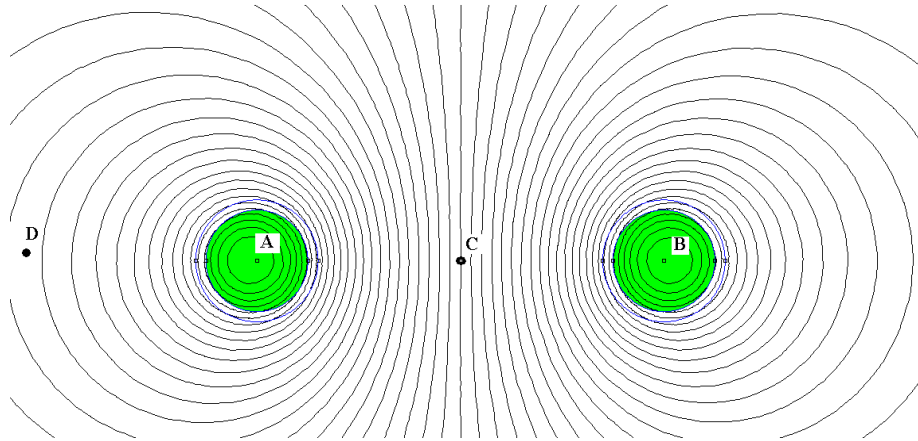
где  $iw = F$  – МДС намагничивающей обмотки, равная сумме падений магнитного напряжения в участках магнитной цепи.

#### Упражнения.

Ниже в качестве простых примеров приведено несколько картин полей, полученных с помощью конечно-элементной программы *FEMM*. Постарайтесь ответить на поставленные вопросы и повторить эти задачи на своих компьютерах.

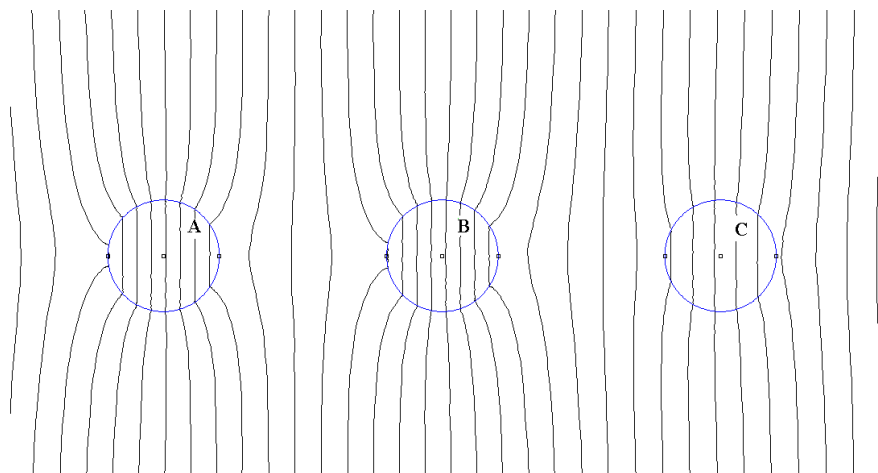


1. На рис. В7 показано плоскопараллельное поле двух цилиндрических проводов с током ( $A$  и  $B$ ). Как направлены токи в проводах? Каково соотношение между значениями индукции в точках  $C$  и  $D$ .



**Рис. В7. Поле двух линейных проводов**

2. В равномерном магнитном поле находятся три цилиндрических стержня из различных материалов (рис. В 8). Что Вы можете сказать о свойствах материалов этих стержней?



**Рис. В 8. Стержни из различных материалов в равномерном магнитном поле**

3. Во внешнем равномерном поле находятся два цилиндрических проводника  $A$  и  $B$  (рис. В 9). Что Вы можете сказать о токах, протекающих по этим проводам? Действуют ли какие-либо силы на проводники?

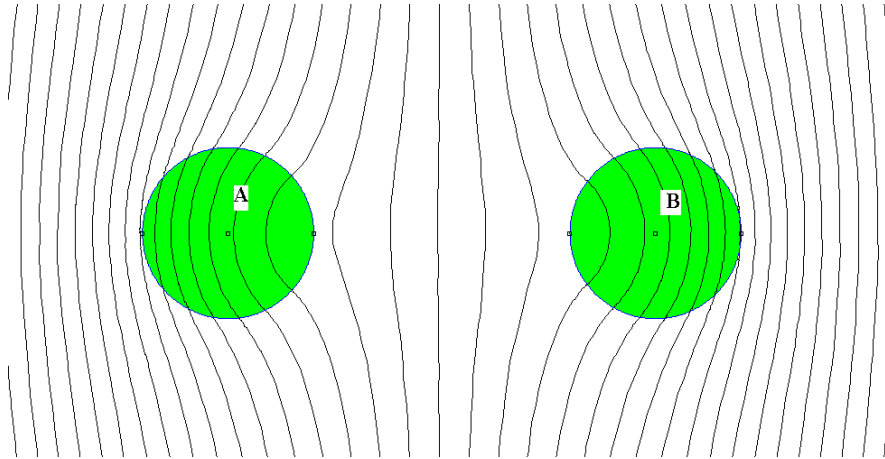


Рис. В 9. Два параллельных провода во внешнем равномерном магнитном поле. Вариант 1

4. Условия, соответствующие картине поля на рис. В 9, изменены. Как именно?

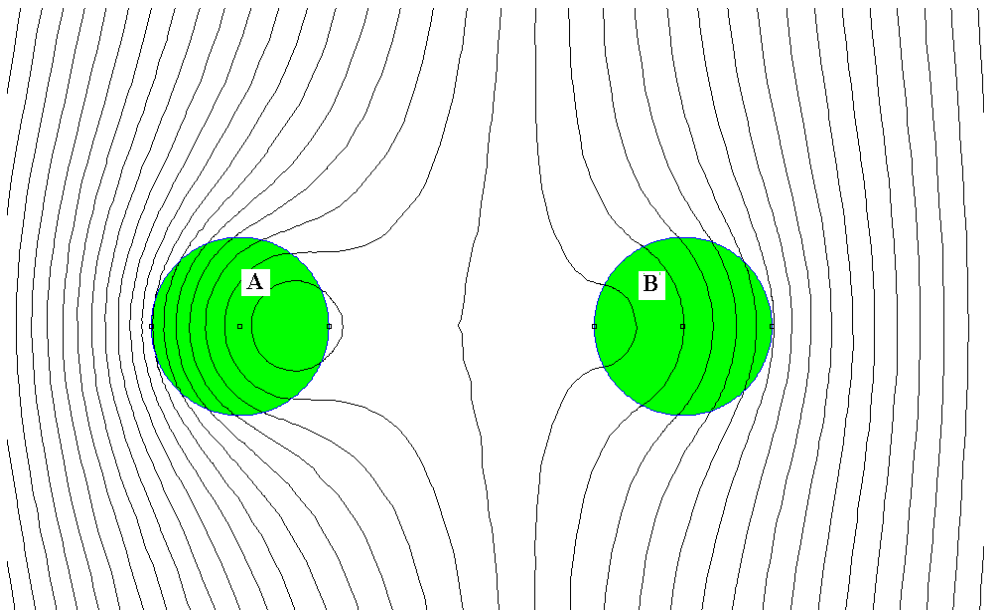


Рис. В 10. Два параллельных провода во внешнем равномерном магнитном поле. Вариант 2

5. Условия, соответствующие картине поля на рис. В9, изменены. Как именно?

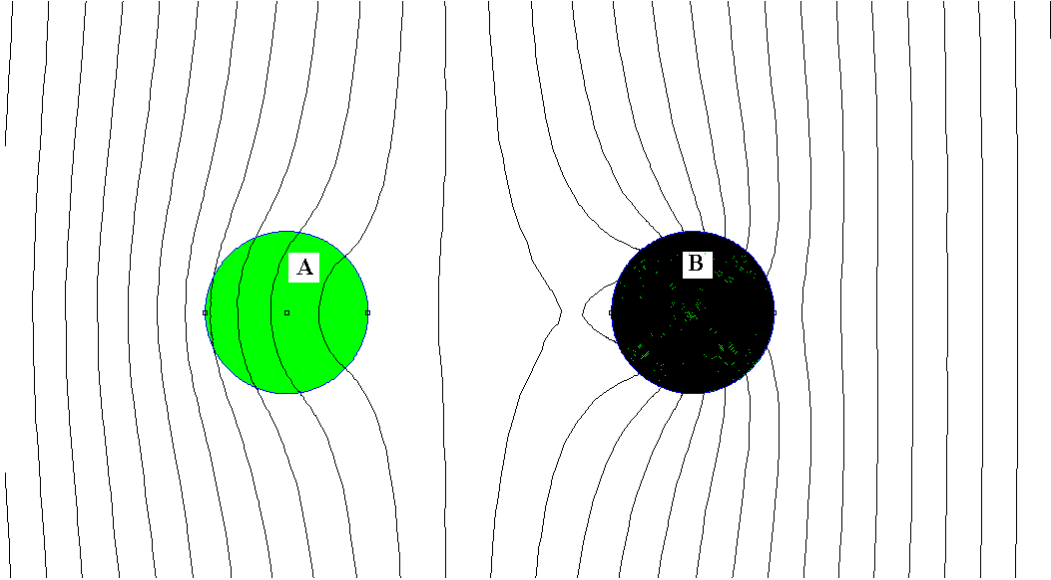


Рис. В 11. Два параллельных провода во внешнем равномерном магнитном поле.  
Вариант 3

6. В равномерное внешнее магнитное поле помещена длинная катушка, стороны  $A$  и  $B$  которой параллельны друг другу (рис. В 12). Как направлен вращающий момент, действующий на катушку?

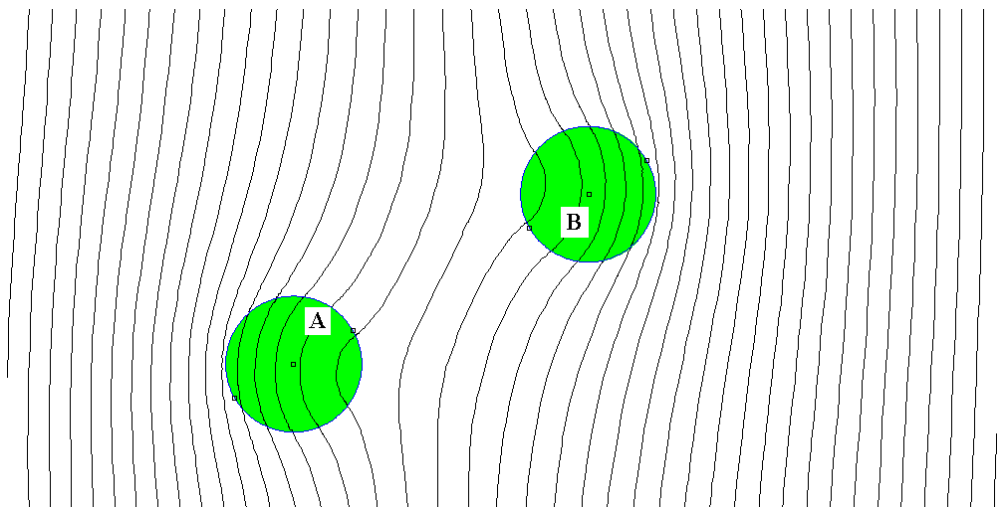


Рис. В 12. Катушка с током во внешнем магнитном поле. Картина поля в плоскости, перпендикулярной активным сторонам катушки

7. На рис. В 13 показано плоскопараллельное поле двух цилиндрических проводов с током ( $A$  и  $B$ ). Как направлены токи в проводах? Какие силы действуют на провода? Чем эта ситуация отличается от показанной на рис В 7?

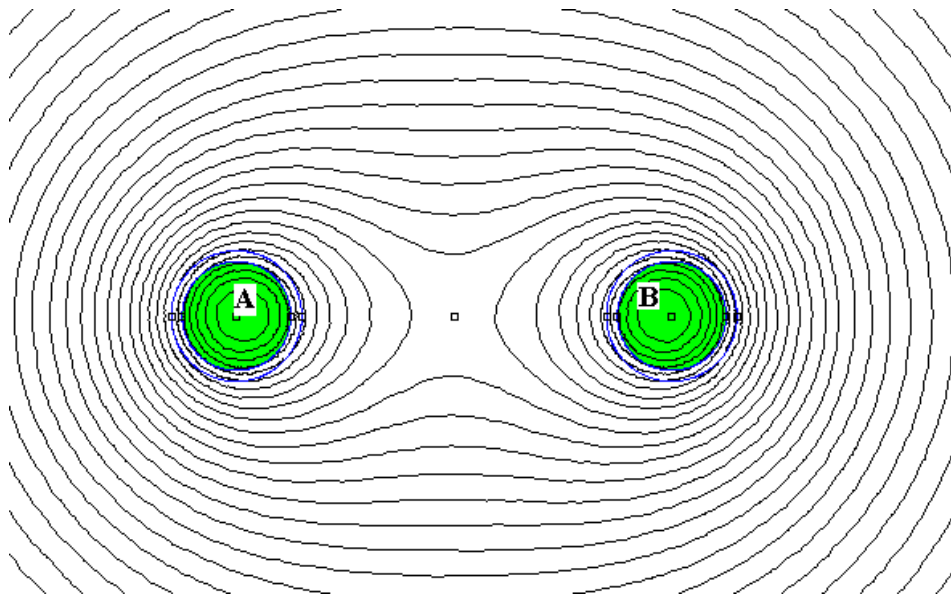


Рис. В 13. Поле двух проводов с токами

8. На рис. В 14 показано осесимметричное поле кольцевой катушки. Однородные условия Дирихле  $A = 0$  заданы на оси катушки  $CD$ , на плоскостях, перпендикулярных оси катушки (следы  $CE$  и  $DF$  пересечений этих плоскостей с плоскостью задачи являются верхней и нижней границами области) и на цилиндрической поверхности, след  $EF$  пересечения которой с плоскостью задачи является правой границей области.

Как будет выглядеть поле внутри набора из двадцати одинаковых кольцевых катушек, плотно уложенных друг на друга и обтекаемых одним и тем же током (поле внутри соленоида)? Смоделируйте эту задачу, задав однородные условия Дирихле для векторного магнитного потенциала на достаточно удаленной внешней границе.

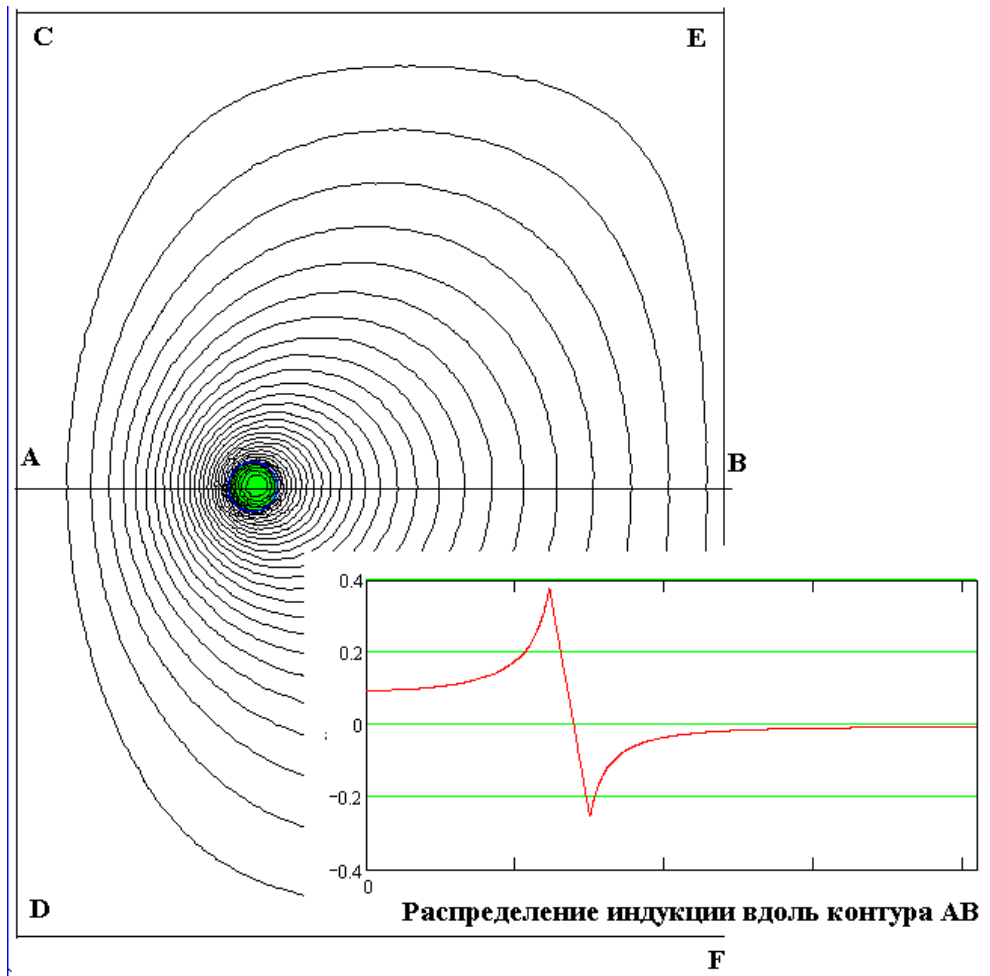


Рис. В 14. Осесимметричное поле кольцевой катушки